Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Secretaría de Educación
Dirección General de Planeamiento
Dirección de Currícula

Apuntes para la enseñanza

Matemática

Fracciones y números decimales

5

PLAN PLURIANUAL
2004
2007
PARA EL MEJORAMIENTO
DE LA ENSEÑANZA

G.C.B.A.

Matemática

Fr acciones y números decimales. 5º grado

Apuntes para la enseñanza

G.C.B.A.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires . Ministerio de Educación.
Dirección General de Planeamiento . Dirección de Currícula

Matemática, fracciones y números decimales 5to grado : apuntes para la enseñanza / dirigido por Cecilia Parra - 1a ed. - Buenos Aires : Secretaría de Educación - Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2005.
64 p. ; 28x22 cm. (Plan plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007)

ISBN 987-549-281-7

1. Educación-Planes de Estudio. I. Parra, Cecilia, dir.
CDD 372.011

Tapa: *Laberinto de luz en la recova*, de Miguel Ángel Vidal, pintura acrílica, 1979 (fragmento).

ISBN 987-549-281-7

Ministerio de Educación
Dirección General de Planeamiento
Dirección de Currícula. 2005
Hecho el depósito que marca la Ley nº 11.723

Paseo Colón 255. 9º piso.
CPAc1063aco. Buenos Aires
Correo electrónico: dircur@buenosaires.edu.ar

G.C.B.A.

GOBIERNO DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

Jefe de Gobierno

ANÍBAL IBARRA

Vicejefe de Gobierno

JORGE TELERMAN

Secretaria de Educación

ROXANA PERAZZA

Subsecretaria de Educación

FLAVIA TERIGI

Directora General
de Educación Superior

GRACIELA MORGADE

Directora General
de Planeamiento

FLORENCIA FINNEGAN

Directora General
de Educación

HAYDÉE CHIOCCHIO DE CAFFARENA

Directora
de Currícula

CECILIA PARRA

Director de Área
de Educación Primaria

CARLOS PRADO

G.C.B.A.

"Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007"

Dirección de Currícula
Dirección: Cecilia Parra.
Coordinación de área de Educación Primaria: Susana Wolman.
Colaboración en área de Educación Primaria: Adriana Casamajor.
Coordinación del área de Matemática: Patricia Sadovsky.

Matemática. Fracciones y números decimales. 5º grado. Apuntes para la enseñanza
Coordinación autoral: Patricia Sadovsky.
Elaboración del material: Cecilia Lamela y Dora Carrasco.
sobre la base de: Héctor Ponce y María Emilia Quaranta. *Matemática. Grado de Aceleración 4°- 7°. Material para el alumno. Material para el docente.* 2003/2004. (Programa de reorganización de las trayectorias escolares de los alumnos con sobreedad en el nivel primario de la Ciudad de Buenos Aires, Proyecto conformación de grados de aceleración.)

G.C.B.A.

Edición a cargo de la Dirección de Currícula.

Coordinación editorial: Virginia Piera.
Coordinación gráfica: Patricia Leguizamón.
Diseño gráfico y supervisión de edición: María Laura Cianciolo, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta.
Ilustraciones: Andy Crawley. Gustavo Damiani.

Apoyo administrativo y logístico: Gustavo Barja, Olga Loste, Jorge Louit, Miguel Ángel Ruiz.

Índice

G.C.B.A.

Presentación

La Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires se propone en el marco de su política educativa desplegar una serie de acciones para impulsar el mejoramiento de la enseñanza en el nivel primario. En pos de ese propósito pone en marcha, para el período 2004-2007, el "Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza en el Segundo Ciclo del Nivel Primario" en las escuelas de la Ciudad con los siguientes objetivos generales:

- Producir mejoras en la enseñanza en el segundo ciclo de la escuela primaria colocando, sucesivamente, áreas y ejes dentro de éstas como motivo central de los intercambios y de los esfuerzos compartidos.

- Promover debates sobre cuáles son las condiciones pedagógicas adecuadas para asegurar los aprendizajes buscados en las áreas y los ejes seleccionados.

- Construir una visión compartida sobre los aprendizajes centrales que la escuela primaria debe garantizar para todos los alumnos y alumnas, y sobre las condiciones de enseñanza que permiten su logro –programación, modalidades, recursos, entre otros.

- Instar a un trabajo institucional que permita articular un proyecto común en el que se inserten las responsabilidades de cada docente –supervisores, directivos y maestros– y cobren sentido las experiencias formativas de los alumnos.

- Contribuir en la construcción y la difusión de herramientas conceptuales y metodológicas que permitan realizar, para cada área, el seguimiento y los reajustes necesarios en función de la continuidad y la progresión de la enseñanza a lo largo del segundo ciclo.

Asimismo, la Secretaría de Educación asume el compromiso de proveer recursos de enseñanza y materiales destinados a maestros y alumnos. Por tanto, se presentan a la comunidad educativa las siguientes publicaciones para el trabajo en el aula en las áreas de Matemática y Prácticas del Lenguaje.

Matemática. Fracciones y números decimales integra un conjunto de documentos destinados a cada grado del segundo ciclo, en los que se aborda el tratamiento didáctico de los números racionales contemplando el complejo problema de su continuidad y profundización a lo largo del ciclo. La serie se compone de *Apuntes para la enseñanza*,* destinados a docentes de 4º, 5º, 6º y 7º grados, y de *Páginas para el alumno*. Cada documento de *Apuntes para la enseñanza* está organizado en actividades que implican una secuencia de trabajo en relación con un contenido. En cada actividad, los docentes encontrarán una introducción al tema, problemas para los alumnos, su análisis y otros aportes que contribuyen a la gestión de la clase. En *Páginas para el alumno* se presentan esos problemas.

La elección de números racionales obedece –como puede leerse en la "Introducción" de *Matemática. Fracciones y números decimales. Apuntes para la enseñanza*– a varias razones: es un campo de contenidos complejos, ocupa un lugar central en la enseñanza en segundo ciclo, y la propuesta formulada en el *Diseño Curricular para la Escuela Primaria* 2004** plantea modificaciones al modo en el que se concibió su tratamiento didáctico en la escuela durante mucho tiempo. Por ello, se requieren para su enseñanza materiales más cercanos al trabajo del aula y que puedan constituir un aporte para abordar su articulación y evolución a lo largo del ciclo.

La presentación de los documentos correspondientes al área Prácticas del Lenguaje tiene por objetivo alentar la lectura de novelas en el segundo ciclo. La serie se inicia con *Robin Hood* y *El diablo en la botella*. Acompañando las novelas que llegarán a las escuelas, los maestros dispondrán de *Orientaciones para el docente* y los niños, de *Páginas para el alumno*, en los cuales se ofrece información sobre el tiempo histórico en el que ocurren los hechos narrados en cada novela, las realidades de las regiones a las que alude el relato, su autor en el caso de *El diablo en la botella*. La propuesta ofrece a los alumnos la oportunidad de enfrentarse simultáneamente a un texto narrativo extenso y a diversos textos informativos –artículos de enciclopedia, esquemas con referencias, notas al pie y varios epígrafes.

Los documentos son concebidos como recursos disponibles para el equipo docente, que es quien decide su utilización. Los materiales de Prácticas del Lenguaje se incorporan a la biblioteca de la escuela para facilitar que los docentes dispongan de ellos cuando lo prefieran. En el caso de Matemática, todos los docentes de segundo ciclo que trabajan esta área recibirán *Apuntes para la enseñanza* y podrán solicitar los materiales para entregar a los alumnos.

Las decisiones que los docentes tomen sobre el uso de estos materiales y el análisis de sus efectos serán insumos para reflexionar acerca de la enseñanza. Deseamos reiterar la importancia de que hagan llegar, por los diversos medios habilitados (reuniones, correo electrónico), todos sus comentarios y sugerencias sobre los materiales. Esto permitirá su mejoramiento, a favor de su efectiva utilidad en las escuelas y las aulas, y puede representar también oportunidades de diálogo en torno a las preocupaciones y los proyectos compartidos.

* En la introducción de estos documentos se explicitan posibilidades de opción en cuanto a la solicitud y la secuenciación de los materiales para los alumnos, ordenados por complejidad más que por su determinación estricta para un grado. Por ejemplo, lo propuesto para 4º puede ser utilizado a inicios de 5º o lo propuesto para 6º extendido a 7º grado.

** G.C.B.A., Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula. *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo de la Escuela Primaria / Educación General Básica*, 2004 y *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo de la Escuela Primaria / Educación General Básica*, 2004, tomos 1 y 2.

Introducción

Desde que el *Pre Diseño Curricular*[1] para el segundo ciclo comenzó a difundirse, muchos docentes han planteado la necesidad de contar con materiales más directamente vinculados al trabajo del aula que los ayuden a interpretar los lineamientos curriculares. Dichos lineamientos tienen actualmente plena vigencia a raíz de la aprobación del *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*,[2] primero y segundo ciclo.

Muchos docentes reconocen que las propuestas de cambio curricular en la Ciudad de Buenos Aires apuntan a enriquecer la experiencia educativa de los alumnos, al tiempo que solicitan "mediaciones" entre esas formulaciones y las prácticas del aula.

Por otro lado, en el marco del "Plan Plurianual para el Mejoramiento de la enseñanza en el Segundo Ciclo del Nivel Primario", se ha identificado la dificultad de elaborar proyectos de enseñanza que articulen el trabajo matemático de un año a otro y hagan "crecer" la complejidad de contenidos que atraviesan el ciclo.

La serie de documentos "Matemática. Fracciones y números decimales en el segundo ciclo" responde tanto a la voluntad de desplegar la propuesta del *Diseño Curricular* como a la de ofrecer herramientas para abordar la planificación y el desarrollo de la enseñanza en el segundo ciclo en orden a una complejización creciente.

Entre las diversas maneras en que se busca fortalecer a los equipos docentes, se optó, en este caso, por la elaboración de *Apuntes para la enseñanza* con propuestas analizadas y acompañarlas con *Páginas para el alumno* en las que se incluyen los problemas seleccionados.

Al presentar estas secuencias, la intención es contribuir a mostrar cómo pueden los maestros hacer evolucionar la complejidad de los contenidos que se proponen, ayudando a los alumnos a tejer una historia en la que puedan transformar su "pasado escolar" –lo ya realizado– en una referencia para abordar nuevas cuestiones, al tiempo que cobran conciencia de que progresan y de que son capaces de enfrentar cada vez asuntos más difíciles ("esto antes no lo sabía y ahora lo sé").

Disponer de secuencias de enseñanza en las que se encara tanto el tratamiento didáctico de uno de los sentidos de un concepto para los distintos grados del ciclo como de distintos sentidos de un concepto para un mismo grado, puede constituir un aporte para enfrentar el complejo problema de la articulación y la evolución de los contenidos a lo largo del ciclo.

1 G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, *Pre Diseño Curricular para la Educación General Básica (Educación Primaria y Media, según denominación vigente)*, 1999.

2 G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*, primero y segundo ciclo, 2004.

Por otro lado, los docentes encontrarán en estos materiales situaciones "de repaso" en las que se invita a los alumnos a revisar un tramo del recorrido escolar, proponiéndoles una reflexión sobre el mismo que "ponga a punto" su entrada en un nuevo tema. También son numerosas las apelaciones a hacer síntesis y a plantear conclusiones a propósito de un conjunto de problemas. Tal vez al principio estas conclusiones estén muy contextualizadas en los problemas que les dieron origen, será tarea del maestro hacer que se les atribuya un carácter cada vez más general. El alumno debe intervenir en el trabajo de articulación de las diferentes zonas del estudio de los números racionales; para que pueda hacerlo, el maestro debe convocarlo explícitamente a esa tarea y contribuir con él en su realización.

El material está organizado en actividades, cada una es una secuencia de trabajo que apunta a un contenido y que incluye varios problemas. En general se presenta una introducción sobre los asuntos en juego en la actividad, se proponen problemas para los alumnos y se efectúa un análisis de los mismos donde se ofrecen elementos para la gestión del docente. Muchas veces se sugieren, como parte del análisis de las secuencias, cuestiones nuevas para plantear a los alumnos. Es decir, el trabajo realizado por los alumnos en un cierto tramo ofrece un contexto para abordar cuestiones más generales que no tendrían sentido si dichas actividades no se llevaran a cabo. Tomar como "objeto de trabajo" una serie de problemas ya realizados, analizarlos y hacerse preguntas al respecto da lugar a aprendizajes diferentes de los que están en juego cuando el alumno resuelve un problema puntual.

A continuación se informa sobre la disponibilidad de los materiales para luego fundamentar por qué se ha elegido el campo de los números racionales para iniciar esta modalidad de producción.

"Matemática. Fracciones y números decimales" se compone de *Apuntes para la enseñanza* (4°, 5°, 6° y 7° grado) destinado a los docentes y *Páginas para el alumno* (4°, 5° y 6° grado). *Apuntes para la enseñanza* se entrega a los maestros de acuerdo con el grado en que se desempeñan; una vez que el equipo docente decide desarrollar las propuestas, solicita la cantidad de ejemplares necesarios de *Páginas para el alumno*. Este material, que se presenta con el formato de hoja de carpeta, será entregado a cada alumno para que trabaje en él.

El docente habrá advertido que los materiales están organizados por grado, sin embargo no necesariamente deben ser empleados según dicha correspondencia. Se sugiere que el equipo docente analice todo el material y decida su utilización ya sea tal como se presenta o bien según sus criterios y la historia de enseñanza que se viene desplegando. En este sentido, pueden elegir materiales correspondientes a dos años para ser empleados por el mismo grupo de alumnos. Por ejemplo, para los alumnos de 6° grado se podrán solicitar tanto *Páginas para el alumno* correspondientes a 5º como a 6º grado; o bien, las actividades que se presentan en *Páginas para el alumno* correspondiente a 6° pueden ser incluidas o retomadas en 7º. Es decir, no habrá inconveniente en que los maestros soliciten materiales correspondientes a dos grados para sus alumnos.

En *Apuntes para la enseñanza*, 7° grado, se incluyen actividades a realizar por los alumnos. Sin embargo, éstas no han sido impresas en forma independiente sino que constituyen opciones posibles cuya inclusión depende de la planificación y del balance que los docentes de 7º hagan entre los muchos temas importantes del año.

¿Por qué una propuesta sobre números racionales?

En primer lugar, se trata de un campo de contenidos complejo, cuya elaboración comienza en cuarto grado y continúa más allá de la escuela primaria, que supone rupturas importantes con las prácticas más familiares que los alumnos desplegaron a propósito de los números naturales.

Como se explicita en el *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*, segundo ciclo:

"El estudio de los números racionales –escritos en forma decimal o fraccionaria– ocupa un lugar central en los aprendizajes del segundo ciclo. Se trata –tanto para los niños como para los maestros– de un trabajo exigente que deberá desembocar en un cambio fundamental con respecto a la representación de número que tienen los niños hasta el momento. Efectivamente, el funcionamiento de los números racionales supone una ruptura esencial con relación a los conocimientos acerca de los números naturales: para representar un número (la fracción) se utilizan dos números naturales, la multiplicación no puede –salvo cuando se multiplica un natural por una fracción– ser interpretada como una adición reiterada, en muchos casos el producto de dos números es menor que cada uno de los factores, el resultado de una división puede ser mayor que el dividendo, los números ya no tienen siguiente...

"Por otra parte, como ocurre con cualquier concepto matemático, usos diferentes muestran aspectos diferentes.[3] *Un número racional puede:*

- *ser el resultado de un reparto y quedar, en consecuencia, ligado al cociente entre naturales;*
- *ser el resultado de una medición y, por tanto, remitirnos a establecer una relación con la unidad;*
- *expresar una constante de proporcionalidad; en particular esa constante puede tener un significado preciso en función del contexto (escala, porcentaje, velocidad, densidad...);*
- *ser la manera de indicar la relación entre las partes que forman un todo;*
- *etcétera."*

Se considera entonces necesario contribuir con los docentes en la organización de esta complejidad, proponiendo un desarrollo posible.

En segundo lugar, el *Diseño Curricular* plantea modificaciones al modo en que por años se concibió el tratamiento de los números racionales en la escuela. ¿A qué tipo de cambios respecto de lo tradicionalmente instituido nos estamos refiriendo?

Al organizar los contenidos por "tipos de problemas que abarcan distintos sentidos del concepto" (reparto, medición, proporcionalidad, etc.), el *Diseño Curricular* propone que se aborden en simultáneo asuntos que usualmente aparecían segmentados en el tiempo o, incluso, distribuidos en años diferentes de la escolaridad.

Por ejemplo, se inicia el estudio de los números racionales (las fracciones) a partir del concepto de división entera, proponiendo que los alumnos "sigan

3 Para ampliar los diferentes sentidos de las fracciones, véase *Matemática, Documento de trabajo nº 4*, Actualización curricular, G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum, 1997.

repartiendo" los restos de una división y cuantifiquen dicho reparto. Al dejar abierta la posibilidad de que el reparto se realice de distintas maneras, muchos alumnos fraccionan lo ya fraccionado y luego enfrentan el problema de cuantificar esa acción. Además, los diversos modos de hacer los repartos que surgen en la clase, dan sentido a plantear la necesidad de establecer la equivalencia entre los números que representan esos repartos. Fracción de fracción y equivalencia aparecen entonces de entrada, aunque esos asuntos no se traten de manera formal sino en el contexto en el que emergen. De modo que podríamos decir: que el problema de hacer repartos y establecer su equivalencia –problema que, como antes se señaló, se propone para abordar el estudio de las fracciones– "pone juntos" los contenidos de división entera, fracción, fracción de fracción, equivalencia y orden, al tiempo que el mismo problema ofrece un contexto que da pistas para que los alumnos puedan tratarlos. En este último sentido, no diríamos, por ejemplo, que la noción "fracción de fracción" que surge de esta manera es exactamente la misma que la que se trata cuando el tema se propone aisladamente. Aclaremos el alcance de lo que señalamos: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ es, en cualquier contexto, $\frac{1}{12}$; lo que estamos subrayando es que el modo en que se plantea la necesidad de realizar dicha operación –a partir de qué problemas, conociendo qué cuestiones– otorgará diferentes sentidos a la misma, incluyendo en la idea de sentido los elementos que tienen los alumnos para resolverla. Por otro lado, aunque del problema del reparto equitativo surja la noción de fracción de fracción, ésta deberá ser retomada en otros contextos, retrabajada, descontextualizada y formalizada. Esto demandará, sin duda, mucho tiempo: como todos sabemos, las nociones no se aprenden de una vez y para siempre sino que necesitan ser tratadas una y otra vez en distintos ámbitos y estableciendo relaciones entre ellas.

Sería legítimo preguntarse –muchos maestros lo preguntan–: "¿por qué complicar las cosas, si el trabajo ´paso a paso´ da resultado?" La pregunta remite nuevamente a la cuestión del sentido que estamos atribuyendo a la matemática en la escuela: desde nuestro punto vista, las nociones que estuvimos mencionando (fracción de fracción, equivalencia, reparto equitativo) están imbricadas unas con otras; por eso, tratarlas juntas en un contexto particular permite arrancar el estudio de las fracciones con un conjunto más amplio y más sólido de relaciones que se irán retomando con el tiempo. Tratar cada una de estas nociones de manera aislada puede ser en el momento más fácil para los alumnos, pero, al ser también más superficial, se torna "menos duradera". Menos duradera porque olvidan fácilmente aquello que no aparece entramado en una organización donde las distintas nociones que componen un campo de conceptos se relacionan unas con otras. Detrás de la idea de "lo fácil" y "lo difícil" hay cuestiones importantes para discutir respecto de la experiencia formativa que se pretende impulsar.

Sintetizando: al organizar el trabajo sobre los números racionales tomando como criterio *los ámbitos de funcionamiento del concepto* (reparto, medición, etc.), se modifica el orden de presentación que siempre tuvieron las nociones que conforman el concepto. Aprovechemos para señalar que el paso del tiempo torna "naturales" ciertos ordenamientos de los contenidos escolares que en realidad fueron producto de decisiones que respondían a cierto proyecto educativo. Cuando se revisa el proyecto, lo natural es revisar también los órdenes y relaciones entre los contenidos.

Otro asunto que plantea el *Diseño Curricular* respecto del tratamiento de los números racionales –y que se intenta plasmar en esta serie– se refiere al papel que se le otorga a las relaciones de proporcionalidad como contexto en la elaboración de criterios para operar con fracciones y decimales. Efectivamente, en las *Páginas para el alumno* de sexto grado que integran esta serie se presentan situaciones de proporcionalidad directa donde hay que operar con fracciones y decimales antes de haber formalizado y sistematizado los algoritmos correspondientes a dichas operaciones. La idea es que los alumnos resuelvan esas situaciones usando –a veces de manera implícita– las propiedades de la proporcionalidad y que, una vez resueltas, puedan analizar lo hecho y tomar conciencia de que en dicha resolución están involucrados cálculos con fracciones y decimales. Disponer del resultado de un cálculo sin conocer el algoritmo obliga a pensar cómo debe funcionar el algoritmo para obtener un resultado que ya se conoce. En algún sentido, se está invitando al siguiente mecanismo productor de conocimiento: "si este problema involucra el cálculo $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ y yo ya resolví el problema y sé que el resultado es $\frac{1}{10}$, ahora me las tengo que arreglar para entender cómo funciona la multiplicación de fracciones para que $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ sea $\frac{1}{10}$". Obviamente no estamos esperando que los niños repitan frases de este tipo, sí queremos comunicar que ese mecanismo está presente en el tratamiento de las operaciones multiplicativas con fracciones y decimales; tenerlo en cuenta conlleva el doble propósito: ofrecer a los alumnos un camino para que elaboren estrategias y operen; y, de manera más transversal, mostrar un mecanismo a través del cual se produce conocimiento matemático.

En tercer lugar, otra razón por las que se proponen materiales sobre los números racionales: quisimos mostrar la potencia de este contenido para poner en juego aspectos del trabajo matemático a los que les atribuimos un alto nivel formativo. Formular leyes para comparar números, establecer la verdad o la falsedad de enunciados, analizar la equivalencia de expresiones numéricas sin apelar al cálculo efectivo, comparar diferentes procedimientos realizados por "otros", delimitar el alcance de diferentes propiedades ("esta 'regla' vale en tales casos") son tareas que, al ubicar al alumno en un plano de reflexión sobre el trabajo llevado a cabo, le permiten comprender aspectos de la organización teórica de la disciplina, le posibilitan acceder a las razones por las cuales algo funciona de una cierta manera. Lograr que los alumnos adquieran cierto nivel de fundamentación para los conceptos y propiedades con los que tratan, es un propósito de la educación matemática que la escuela tiene que brindar.

Características de las propuestas

Las secuencias que se presentan no están en general pensadas para que los alumnos resuelvan de manera inmediata la tarea que se les propone. Sí se espera -cada vez- que puedan empezar a abordar, explorar, ensayar. En algunos casos, podrán arribar a conclusiones de manera bastante autónoma y en otros requerirán de la ayuda del docente. Alentamos la tarea de exploración como un modo de formar a un alumno autónomo, que acepta el desafío intelectual, que elabora criterios para validar su propio trabajo.

A propósito de algunos de los problemas, es probable que los alumnos evidencien cierta dificultad para entender con precisión qué es lo que se les pide. Puede ser que el docente interprete que el alumno no comprende la consigna. Sin embargo, la falta de comprensión de la consigna se vincula en general con el hecho de que la tarea en danza es conceptualmente nueva; por eso, entender lo que se pide supone para los alumnos ampliar su perspectiva respecto de los conceptos involucrados en el problema. En esos casos seguramente serán necesarias explicaciones del docente que "completen" la formulación escrita del problema. Estas explicaciones son un modo de empezar a comunicar las nuevas ideas que están en juego.

Se suele atribuir la falta de comprensión de las consignas a un tema "extra matemático" (más ligado al área de Prácticas del Lenguaje). Sin embargo, esta falta de comprensión es, en general, "matemática": los alumnos no entienden qué hay que hacer porque todavía no conciben claramente en qué consiste la tarea en cuestión. Comprenderlo es parte del aprendizaje.

Mucho se ha discutido si el docente debe o no intervenir en la tarea que realiza el alumno. Es claro que el docente debe ayudar al alumno que se encuentra "bloqueado" eso hace a la definición del trabajo docente. Tal vez sea bueno analizar que entre "decir cómo es" y "no decir nada" hay una gama importante de intervenciones que podrían dar pistas a los alumnos para seguir sosteniendo su tarea. Conocer diferentes modos de abordar la tarea puede ayudar al docente a elaborar posibles intervenciones. Ésa es la razón por la cual, al analizar las secuencias propuestas en *Apuntes para la enseñanza*, se incluyen posibles estrategias de los alumnos. La discusión de algunas de estas estrategias con el conjunto de la clase podrá enriquecer el contenido que se está tratando, aunque las mismas no hayan sido propuestas por los niños.

Lograr que los alumnos entren en un trabajo matemático más profundo –más enriquecedor, pero también más difícil– no es tarea de un día, es producto de una historia que se va construyendo lentamente en la clase. Los alumnos deben sentir que se confía en ellos, que tienen permiso para equivocarse, que su palabra es tomada en cuenta. A la vez deben aprender: a pedir ayuda identificando de la manera más precisa posible la dificultad que tienen y no sólo diciendo "no me sale", a respetar la opinión de los otros, a sostener un debate... El maestro juega un rol fundamental en estos aprendizajes.

A diferencia de lo que suele pensarse, la experiencia nos muestra que muchos alumnos se posicionan mejor frente a un problema desafiante que frente a una tarea fácil. Lograr que el alumno experimente el placer de dominar lo que en un principio se mostraba incomprensible, ayuda a que construya una imagen valorizada de sí mismo. Obviamente, esto es bueno para él, pero también es altamente satisfactorio para el docente.

Es nuestro deseo que en alguna medida estos *Apuntes para la enseñanza*, y también las *Páginas para el alumno*, contribuyan a que el docente pueda enfrentar la difícil tarea de enseñar, gratificándose con el despliegue de una práctica más rica y más plena.

Primera parte: fracciones

Las fracciones en los repartos

Actividad 1

Esta primera actividad servirá para hacer un repaso de la fracción, en tanto resultado de un reparto en el que el dividendo es el numerador y el divisor es el denominador.[4]

Se proponen a continuación algunos problemas en los que se ofrecen diferentes alternativas para realizar un reparto. La discusión con los alumnos sobre la equivalencia de dichas alternativas será un modo de poner en escena algunas ideas sobre fracciones que ellos pudieron haber trabajado en 4° grado.

4 En *Matemática. Fracciones y números decimales. 4° grado. Apuntes para la enseñanza,* se realiza un trabajo exhaustivo con fracciones en el contexto de reparto.

Las fracciones en los repartos
Problemas

1) Analizá si, para repartir en partes iguales 3 chocolates entre 4 chicos, son o no equivalentes los siguientes procesos:

a) repartir cada uno de los 3 chocolates en 4 partes iguales y dar a cada chico una parte de cada chocolate;

b) partir por la mitad 2 de los 3 chocolates y dar una mitad a cada chico, y partir el tercer chocolate en 4.

Expresá, usando fracciones, cada uno de los repartos anteriores. Después analizá y argumentá si son o no equivalentes las expresiones que surgen en cada caso.

2) Para repartir 23 chocolates entre 5 chicos, Vanesa pensó lo siguiente:
"23 chocolates entre 5 me da 4 chocolates para cada uno, pues 4 x 5 = 20 y me sobran 3 chocolates, que los corto cada uno en cinco partes, y entrego una parte de cada chocolate a cada uno".
En cambio, Joaquín pensó así: "Le doy 4 chocolates a cada uno igual que Vanesa pero corto cada uno de los 3 chocolates restantes por la mitad y le doy una mitad a cada chico; luego divido el último medio en 5 y entrego una parte a cada uno."
Analizá si son o no equivalentes los repartos de Vanesa y de Joaquín. Luego anotá las expresiones fraccionarias que surgen de cada reparto, analizá y argumentá si son o no equivalentes. Si pensás que las expresiones fraccionarias son equivalentes, encontrá un modo de "pasar" de una a otra.

3) Para repartir 8 chocolates entre 3 chicos se han partido por la mitad 6 chocolates y se entregaron 4 mitades a cada uno. Luego, los 2 chocolates restantes se cortaron en 3 partes cada uno y se entregaron 2 de esas partes a cada chico.
Buscá otros repartos que sean equivalentes a éste. Anotá las expresiones fraccionarias que surgen y pensá cómo podrías explicar que son todas expresiones equivalentes representativas de la misma cantidad.

4) Martín tenía 1 kg de caramelos de cada uno de los siguientes sabores: frutilla, menta, limón, manzana y naranja. Repartió los caramelos de cada sabor en bolsitas de $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg ó $\frac{1}{8}$ kg. En la siguiente planilla se anotó cómo se hizo el reparto, pero faltan algunos datos. Completalos.

Caramelos de distintos sabores (1 kg de cada sabor)	Bolsas de $\frac{1}{2}$ kg	Bolsas de $\frac{1}{4}$ kg	Bolsas de $\frac{1}{8}$ kg
Frutilla	1	1	2
Menta	1		0
Limón	1	0	
Manzana	0		4
Naranja	0	3	

G.C.B.A.

5) Para una fiesta patria los chicos tenían que cortar trozos de $\frac{1}{4}$ m de cinta argentina para hacer moños. Con su rollo, Luciana pudo cortar exactamente 8, Javier pudo cortar 6 con el suyo y Cristian, 5. A ninguno de los chicos le sobró cinta. ¿Cuál era la longitud del rollo de cada uno?

Análisis de los problemas 1, 2, 3, 4 y 5

Las actividades aquí presentadas son, en parte, repaso del trabajo realizado en cuarto grado.[5] Antes de proponer a los niños las actividades que se detallan –en las que se trata de repartir una cantidad entera en partes iguales–, sería conveniente que el docente recuerde en forma oral y colectiva algunas situaciones de reparto sencillas; por ejemplo: distribuir un chocolate entre 5 chicos de modo tal que no sobre nada y a todos les toque la misma cantidad. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno? Este y otros ejemplos similares que el maestro pueda mencionar permiten recordar o establecer una definición de fracción en la que los niños se apoyarán para encarar los diferentes problemas. Para el caso planteado, los alumnos seguramente dirán que hay que partir el chocolate en 5 partes iguales y el maestro recordará que cada porción es $\frac{1}{5}$ de chocolate. **Se define entonces que $\frac{1}{5}$ es una cantidad tal que 5 veces esa cantidad equivale a 1**.

De manera general, en términos para los docentes y no para los niños, se define que si *n* veces una cierta cantidad equivale a un entero, esa cantidad se llama $\frac{1}{n}$.

En primer lugar, para el problema 1, los niños deben decidir cómo expresar, usando fracciones, los resultados de los dos procesos. Luego, deberán analizar si las expresiones que surgen son o no equivalentes.

Es probable que los alumnos acepten con mayor o menor facilidad analizar los diferentes modos de repartir, pero no es tan claro que entiendan qué se les pide cuando se les solicita que expresen los repartos usando fracciones y que analicen la equivalencia de las expresiones surgidas. Seguramente el docente deberá explicar esta consigna. Al hacerlo, estará al mismo tiempo comunicando ideas que conciernen al concepto de fracción; por ejemplo, que se puede transformar una expresión fraccionaria para obtener otra equivalente. A su vez, los niños irán entendiendo qué se les pide, a medida que avancen en el trabajo y no necesariamente comprenderán de manera acabada el alcance de la tarea, antes de realizarla. Resulta claro en esta instancia que la falta de comprensión de la consigna –asunto que muchos docentes ubican como dificultad– se vincula con el hecho de que la tarea es conceptualmente nueva; por eso, entender lo que se pide supone para los alumnos ampliar su perspectiva respecto de las fracciones.

Volviendo más concretamente al análisis del problema 1, los niños pueden expresar estas cantidades de diferentes maneras: 3 de $\frac{1}{4}$ para el primer reparto, y $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ para el segundo. Esta es una buena oportunidad para recordar que 3 de $\frac{1}{4}$ se nombra también $\frac{3}{4}$. En general, a medida que vayan surgiendo expresiones del tipo *m* veces $\frac{1}{n}$, el maestro podría introducir la notación $\frac{m}{n}$. (Queda claro que el uso de letras se utiliza acá para la comunicación con el docente.)

5 Si el docente lo considera pertinente, podría realizar la secuencia de reparto que se encuentra en *Matemática. Fracciones y números decimales. 4º grado. Apuntes para la enseñanza.*

La cuestión central de esta discusión es analizar si 3 de $\frac{1}{4}$ es equivalente o no a $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$. Es importante tener presente que los alumnos se enfrentan con el hecho de que la misma cantidad puede expresarse con "números diferentes". Se trata en realidad del mismo número que admite diferentes representaciones.

Posiblemente en un primer momento los niños intenten explicar las equivalencias "acomodando" los pedacitos unos debajo de otros. Si bien estos procedimientos se aceptarán en principio, se tenderá a que los alumnos se basen en relaciones para argumentar sobre la equivalencia. Se espera que propongan, por ejemplo, lo siguiente: "$\frac{2}{4}$ es lo mismo que $\frac{1}{2}$, entonces $\frac{3}{4}$ es lo mismo que $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$".

Para contribuir a que los alumnos entren en un trabajo matemático, sería bueno alentar que los procedimientos de tipo empírico (por ejemplo, acomodar "pedacitos") vayan sustituyéndose por la construcción de argumentos y la elaboración de criterios para "estar seguro".

El segundo reparto nos permite poner en escena un conjunto de conexiones entre quintos y décimos. Se esperan argumentos del siguiente tipo: "Al dividir una mitad en cinco partes iguales, se obtienen pedacitos de un tamaño tal, que se necesitan diez de esos pedacitos para completar el chocolate entero; o sea, $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$ es igual a $\frac{1}{10}$". Señalemos que, aunque no se haya enseñado formalmente "fracción de fracción", estamos esperando que los niños, apoyados en sus conocimientos, puedan elaborar este tipo de argumentos.

En el problema 3, surge del reparto que a cada chico le corresponde 4 veces $\frac{1}{2}$ más 2 veces $\frac{1}{3}$. Se espera que los alumnos comprendan que esto se puede expresar más sintéticamente como 2 y $\frac{2}{3}$. Esta última expresión será comparada con otras que surjan de otros modos de repartir equitativamente; por ejemplo, partir los 8 chocolates en 3 partes iguales y entregar un "pedacito" de cada chocolate a cada chico. En este último caso, la expresión que se utilizaría para representar numéricamente la porción de cada niño sería 8 veces $\frac{1}{3}$ u $\frac{8}{3}$. Puestos en común estos dos modos de repartir los 8 chocolates entre 3 niños, habría condiciones para comparar 2 y $\frac{2}{3}$ con $\frac{8}{3}$. No presuponemos que los alumnos podrán hacer esto completamente solos ni tampoco que el docente deba explicarlo sin algún aporte de los niños. Más bien, la escena que vislumbramos es que se realice esta comparación de manera colectiva, con aportes de los niños y con orientaciones del docente. Al finalizar el trabajo, debería establecerse que

> 1 es lo mismo que $\frac{3}{3}$; 2 es lo mismo que $\frac{6}{3}$ y, por tanto,
> $\frac{6}{3}$ y $\frac{2}{3}$ es lo mismo que $\frac{8}{3}$.

Al mismo tiempo que se analiza esta comparación en particular, están en juego dos conocimientos más generales:

- hay expresiones numéricas equivalentes (modos de expresar la misma cantidad);
- un modo de establecer la equivalencia es transformar una de las expresiones en otras equivalentes hasta obtener la que se quiere alcanzar.

Señalemos finalmente dos cuestiones que surgen de los tres primeros problemas:

a) los alumnos son invitados a reflexionar sobre repartos que han hecho "otros" (otros hipotéticos, claro), y esta tarea resulta más compleja que hacer un reparto porque supone tomar como "objeto" un procedimiento ya realizado e intentar captar las relaciones que se han puesto en juego en dicho procedimiento; además,

b) la propuesta de analizar y argumentar apunta a producir relaciones que no se establecen si el trabajo queda solo en el terreno de la acción (producir un reparto). De manera transversal los alumnos van entendiendo qué quiere decir producir un argumento.

Los problemas 4 y 5 ponen a los alumnos en la necesidad de componer una cantidad como suma de otras. Si bien se los está invitando a expresar una fracción como suma de otras, será interesante relacionar estos problemas con las situaciones de reparto. Efectivamente, por ejemplo, para el problema 5, se pueden establecer las siguientes relaciones:

4 de $\frac{1}{4}$ es 1 y 8 de $\frac{1}{4}$ es 2. Resulta entonces que

$8 \times \frac{1}{4} = 2$

$2 : \frac{1}{4} = 8$

$2 : 8 = \frac{2}{8}$ ó $\frac{1}{4}$.

Como siempre, recomendamos que se establezcan conclusiones (más o menos generales) como síntesis de una secuencia de actividades. En este caso, podrían quedar registradas afirmaciones del tipo:

- $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, etc. es la parte de una unidad tal que 2, 3, 4, 5, etc., partes iguales a esa, equivalen a la unidad.
- $\frac{9}{7}$ puede pensarse como 9 veces $\frac{1}{7}$ y como el resultado de 9 dividido 7.
- $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$ es una parte tal que se necesitan 5 de esos para completar un medio, entonces se necesitan 10 de esos para completar el entero; resulta entonces que $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$ es igual a $\frac{1}{10}$.
- Una misma cantidad se puede representar con números diferentes; $1\frac{1}{2}$ se puede armar con 6 de $\frac{1}{4}$, entonces $1\frac{1}{2}$ es lo mismo que $\frac{6}{4}$.
- Se puede interpretar la fracción como el resultado de un reparto en el que el dividendo es el numerador y el divisor, el denominador.

Más repartos

Actividad 2

Los siguientes problemas también comprenden situaciones de reparto, pero se avanza respecto del trabajo anterior en este sentido: se propone una situación y varios juegos de datos para dicha situación. Esto permitirá analizar más globalmente cada tipo de problema y, por ese motivo, hay una mayor exigencia de generalización. Al tratar de manera más general la relación entre el entero a repartir, la cantidad de personas entre las que se hace el reparto y el tamaño de cada parte, se pondrán en juego –tal vez de manera implícita– relaciones de proporcionalidad, aunque no es un propósito de esta secuencia tratarlas específicamente. Sucede que el tema proporcionalidad está entrelazado con el de fracciones, y las relaciones que se establecen cuando se estudia uno de estos temas abonan el trabajo con el otro. De ahí que muchas de las cuestiones que surgen en estos problemas podrán ser retomadas cuando el docente aborde explícitamente la enseñanza de la proporcionalidad.

Más repartos

Problemas

1) Quiero comprar la suficiente cantidad de helado como para dar $\frac{1}{4}$ kg a cada invitado a una fiesta. Completá la siguiente tabla en la que se relaciona la cantidad de invitados con la cantidad de kilogramos de helado necesaria si se quiere dar siempre $\frac{1}{4}$ kg a cada invitado:

Cantidad de invitados	5		3	
Cantidad de helado necesaria (en kg)		$1\frac{1}{2}$		$1\frac{3}{4}$

2) Tengo 3 kg de helado para repartir entre los invitados a una fiesta. Completá la siguiente tabla en la que se relaciona la cantidad de invitados con la porción de helado para cada uno.

Invitados a la fiesta	2	3	4			
Cantidad de helado que le toca a cada invitado (en kg)				$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

3) Quiero repartir los kilogramos de helado en partes iguales entre los 5 invitados a la fiesta. Completá la siguiente tabla que relaciona la cantidad de kilogramos de helado disponibles con la porción que le tocará a cada invitado.

Cantidad de helado (en kg)	3	1	$\frac{1}{2}$		6	$6\frac{1}{2}$	
Cantidad de helado que le toca a cada invitado (en kg)	$\frac{3}{5}$			$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{3}$

G.C.B.A.

Análisis de los problemas 1, 2 y 3

Completar los casilleros en cada una de las tablas equivale a un típico problema de enunciado. El hecho de poner varios juegos de datos permite que los alumnos se apoyen en unos para completar otros.

Por ejemplo, para la tabla del problema 1, el primer casillero se puede completar considerando que 5 veces $\frac{1}{4}$ es $1\frac{1}{4}$. Esto da una pista para completar la segunda columna: efectivamente, $1\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{4}$ más que $1\frac{1}{4}$, por tanto, si se necesita $1\frac{1}{2}$ kg de helado es porque hay 6 invitados. De todos modos, este resultado también se puede pensar de manera independiente del primer casillero: $\frac{1}{4}$ "entra" 6 veces en $1\frac{1}{2}$. Una vez completada la tabla, se puede analizar que

- cada cuadrito de la segunda fila se obtiene multiplicando el correspondiente de la primera fila por $\frac{1}{4}$,
- cada cuadrito de la segunda fila dividido $\frac{1}{4}$ da como resultado el correspondiente cuadrito de la primera.

Si bien en este momento no se está tratando el tema división, estas relaciones parciales que se establecen sólo en este contexto van preparando una trama de relaciones que sostendrá los aprendizajes futuros.

Para la tabla del problema 2, se puede completar el primer casillero considerando que si hay 3 kg de helado para 2 invitados, cada invitado comerá $1\frac{1}{2}$ (o $\frac{3}{2}$) kg de helado. El segundo casillero es obvio: 3 kg para 3 invitados da 1 kg por invitado. Para completar el tercer casillero se puede pensar en repartir los 3 kg entre 4 pero también se puede pensar que 4 invitados (doble de 2) comerán cada uno la mitad de lo que comen 2 invitados (porque la cantidad total de kg de helado es siempre la misma). Obviamente, en ambos casos el resultado es $\frac{3}{4}$, pero pensado de dos maneras distintas, es decir, 3 : 4 ó la mitad de $\frac{3}{2}$.

Para saber cuántos invitados había si cada uno comió $\frac{1}{2}$ kg, nuevamente se pueden establecer diversas relaciones:

- por cada kilo de helado, comen dos invitados; como hay 3 kilos, hubo 6 invitados;
- $\frac{1}{2}$ es la tercera parte de $\frac{3}{2}$, entonces si cada invitado come $\frac{1}{2}$ kg, es porque se tiene el triple de invitados que los que hay cuando la porción es $\frac{3}{2}$, o sea, 6 invitados.

Si a cada invitado le toca $\frac{1}{4}$ kg de helado (mitad de $\frac{1}{2}$), alcanza para el doble de invitados que los que comen cuando la porción es $\frac{1}{2}$ kg, o sea, 12. Del mismo modo, si la porción es $\frac{1}{8}$ kg (mitad de $\frac{1}{4}$), los invitados son 24 (doble de 12).

Una vez completada esta tabla, se puede analizar que, en todos los casos, la cantidad de invitados, multiplicada por la porción para cada invitado, **debe** dar 3.

La tabla del problema 3 ofrece la posibilidad de conectar quintos y décimos: si hay 1 kilo la porción es $\frac{1}{5}$; si hay $\frac{1}{2}$ kilo la porción es $\frac{1}{10}$, relación que se ha establecido en la actividad 1. También se pueden jugar en esta tabla algunas relaciones aditivas: si se ha establecido la porción para cada invitado cuando hay 6 kilos y cuando hay $\frac{1}{2}$ kilo, se pueden sumar esos resultados para calcular la porción cuando hay $6\frac{1}{2}$ kg.

Al tener la tabla completa es posible analizar que cualquier número de la segunda fila, multiplicado por 5, **debe** dar el correspondiente número de la primera fila.

Ofrecer un contexto en el cual los resultados pueden pensarse de diferentes maneras y relacionarse entre sí enriquece las relaciones que se establecerían si cada juego de números se considerara aisladamente. Este es el valor que le atribuimos a esta situación.

Una vez completadas las tablas, se puede reflexionar sobre ellas e identificar las relaciones generales que están presentes. Por ejemplo, si se tiene fija la cantidad de kg de helado que hay que repartir, a doble cantidad de invitados corresponde mitad de porción. En cambio, si la porción de helado que le toca a cada invitado permanece fija, a doble cantidad de invitados corresponde doble porción. Esto mismo ocurre si se mantiene fija la cantidad de invitados. En términos para el docente, se tiene la relación

cantidad de kilogramos de helado = cantidad de invitados x porción para cada invitado.

Según cuál de estas variables se mantenga fija, se obtiene una relación directamente proporcional o inversamente proporcional. Esto se puede poner en evidencia con los chicos, como dijimos antes, pero sin recurrir a estas denominaciones.

El análisis de esta actividad permite tomar conciencia de que la reflexión sobre las actividades ya resueltas posibilita identificar nuevas relaciones y no sólo poner en común las que se produjeron en el momento de resolver los problemas. En otros términos, el análisis de los problemas ya resueltos da lugar a que se produzca en la clase un conocimiento diferente del que se juega en la resolución. Este análisis difícilmente surja de manera espontánea por parte de los alumnos y, si se elige ponerlo en la escena del aula, será el docente quien deberá proponerlo y coordinar la discusión que a partir de allí se pueda desplegar.

Fracciones en el contexto de la medida

3 Actividad

Esta secuencia servirá para repasar el concepto de fracción en el contexto de la medida y la determinación de diferentes medidas con relación a una unidad.[6]

6 Un trabajo exhaustivo con fracciones en el contexto de medida se propone en *Matemática. Documento de trabajo nº 4*, Actualización curricular, G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, 1997.

Fracciones en el contexto de la medida
Problemas

1) Este pedacito de soga es $\frac{1}{5}$ de la soga entera. ¿Cuál es el largo de la soga completa?

2) En una construcción, los obreros llegaron a levantar $\frac{3}{4}$ del total de la pared, ¿podés dibujar cómo quedará cuando la terminen? (Véase *Páginas para el alumno.*)

3) Se borró parte del segmento que estaba dibujado. Se sabe que la parte que quedó corresponde a los $\frac{2}{3}$ del segmento completo. ¿Cómo era el segmento entero?

4) Si el siguiente segmento representa la unidad (en *Páginas para el alumno*, se presenta un segmento de 8 cm), dibujá segmentos que sean: $1\frac{2}{4}$ de la unidad, $\frac{3}{6}$ de la unidad, $2\frac{1}{4}$ de la unidad.

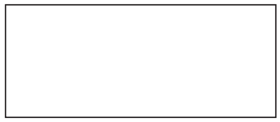
5) Si el segmento representa $1\frac{3}{4}$ de la unidad, dibujá la unidad. Explicá cómo lo pensaste.

6) ¿Qué parte del total del rectángulo se pintó?

7) ¿Es cierto que en el siguiente rectángulo se pintó $\frac{1}{2}$? ¿Cómo lo explicarías?

G.C.B.A.

8) Carlos usó $\frac{1}{3}$ del papel que tenía para envolver un regalo. El papel que usó era igual a éste.



a) Dibujá el papel tal como era cuando estaba entero.

b) Compará tu dibujo con el de un compañero. ¿Dibujaron los dos lo mismo?

c) Comparen la cantidad de papel que cada uno piensa que corresponde al entero.

Análisis de los problemas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8

Se vuelve a poner en juego una idea central del concepto de fracción: $\frac{1}{n}$ es una cantidad tal que n veces $\frac{1}{n}$ es igual a 1.

Los problemas 1, 2, 3, 5 y 8 enfrentan a los alumnos con la necesidad de reconstruir el entero a partir de una fracción. Obviamente, esto es más fácil cuando la fracción que se da tiene numerador 1; es el caso de los problemas 1 y 8.

En el problema 2, se espera que los alumnos puedan pensar a 1 como $\frac{4}{4}$; por tanto, si se tiene $\frac{3}{4}$, falta $\frac{1}{4}$. Tener $\frac{3}{4}$ es tener 3 veces $\frac{1}{4}$; vale decir que la tercera parte de lo que se tiene es $\frac{1}{4}$. Esta es la relación que los alumnos deberán establecer. A partir de ahí es más fácil que reparen en que 2 hileras de ladrillos equivalen a $\frac{1}{4}$ de pared, y eso es lo que falta agregar.

En el problema 3, también es conveniente pensar a 1 como $\frac{3}{3}$, para analizar cómo completar el entero. De ese modo, se tiene que dividir el segmento en 2, porque así se obtiene $\frac{1}{3}$ del total que es lo que falta para completar.

En el problema 8, se espera analizar que el entero puede completarse de diferentes maneras, siempre que se cumpla la condición de que el entero equivale a 3 veces la cantidad dada. Separar la cantidad de la forma es un asunto que puede tratarse cuando se trabaja con superficies y que no "se ve" cuando sólo se trata con longitudes. Por esta razón, este problema aporta un aspecto diferente, respecto de los problemas anteriores.

A la hora de establecer conclusiones sobre la actividad, podrían quedar registradas afirmaciones como las siguientes:

- Si se tiene $\frac{2}{3}$ del total y se divide en 2 partes iguales, cada una de esas partes es $\frac{1}{3}$ del total y con 3 de esas partes se arma el entero.
- Se puede pensar la unidad, 1, como $\frac{3}{3}$ o bien $\frac{4}{4}$ o bien $\frac{5}{5}$, según cómo se necesite.
- Las partes pueden tener cualquier forma con la condición de que para que una parte represente, por ejemplo $\frac{1}{3}$, es necesario disponer de 3 de esas partes a fin de obtener una superficie equivalente a la unidad.
- Y otras que surjan en la etapa colectiva.

Las fracciones como medida (longitud y área)

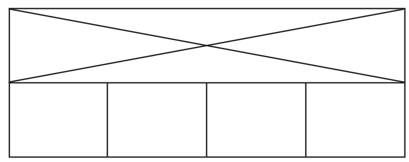
4 Actividad

Con esta actividad se aborda la utilización de fracciones para medir longitudes y áreas. Se analizarán situaciones de medición en las que la unidad no entra una cantidad entera de veces en el objeto que se mide, de modo de provocar la necesidad de que se fraccione la unidad. Por otro lado, también se busca la determinación de diferentes medidas con relación a una unidad. Se analizarán situaciones en las que distintas partes de un entero tienen diferente forma entre ellas y, sin embargo, representan la misma cantidad.

LAS FRACCIONES COMO MEDIDA (LONGITUD Y ÁREA)
PROBLEMAS

1) ¿Es verdad que el rectángulo y el triángulo pintado representan ambos $\frac{1}{4}$ del entero? ¿Cómo podrías hacer para estar seguro de tu respuesta?

2) Sin que hagas más divisiones, pintá, si es posible, $\frac{5}{8}$ del rectángulo.



ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1 Y 2

Ésta es una oportunidad para volver a analizar que las partes pueden tener cualquier forma; aun en el mismo entero pueden tener distinta forma entre sí. La única condición para que una parte represente, por ejemplo, $\frac{1}{4}$ es que será necesario utilizar 4 de las partes que se ofrecen para tener una cantidad equivalente al entero. Este es el punto central que debe analizarse con los niños y una de las conclusiones que pueden registrar en sus cuadernos.

En el problema 1 no alcanza con "mirar y ver" el entero partido en 4 partes iguales sino que hace falta comparar cada parte con la unidad para observar que cada una de las partes sombreadas representa $\frac{1}{4}$.

En el problema 2, como el rectángulo se encuentra dividido en 2 rectángulos iguales, y cada uno de esos rectángulos está dividido a su vez en 4 partes que equivalen cada una a $\frac{1}{4}$ del rectángulo chico, se tiene el rectángulo original dividido en partes que representan cada una $\frac{1}{8}$. Para marcar $\frac{5}{8}$ basta con utilizar 5 de las partes en las que se encuentra dividido.

Fracciones en la recta numérica

Problemas

3) Usando este segmento como unidad (en *Páginas para el alumno*, el segmento mide 12 cm), indicá la medida de los siguientes segmentos (en *Páginas para el alumno*, se presentan segmentos que miden, respectivamente, 6 cm, 2 cm, 3 cm, 10 cm y 9 cm).

4) Con esta tira que te entregamos, calculá cuál será la longitud de otra tira que sea $\frac{1}{3}$ de la unidad. (Se entrega a los chicos una tira de papel de 18 cm de largo.)
¿Y una que sea $\frac{4}{3}$ de esta unidad?
¿Y $\frac{5}{3}$? ¿$\frac{9}{6}$? ¿ $\frac{4}{6}$?

5) La tira que tenés ahora mide $2\frac{1}{2}$. De a dos, discutan cómo podría hacerse para saber cuál ha sido la unidad de medida que se utilizó. (Se entrega a los chicos una tira de papel de 5 cm de largo.)

Análisis de los problemas 3, 4 y 5

Para estas actividades, los alumnos pueden contar con regla graduada.

Posiblemente en el problema 3 averiguar qué parte del entero representa el segmento de 6 cm no sea un problema demasiado complejo, ya que es posible trasladar ese segmento 2 veces a lo largo de la unidad. Lo mismo sucede con el segmento de 2 cm que puede trasladarse 6 veces sobre la unidad y, por lo tanto, representa $\frac{1}{6}$ de la unidad.

En cambio, cuando se enfrentan con el segmento de 10 cm, ya no se puede hacer entrar ese segmento una cantidad entera de veces. Una forma posible de calcular esa fracción será apoyándose en el valor obtenido para 2 cm y tener en cuenta que el nuevo segmento es cinco veces el anterior, por tanto, representará una fracción que es cinco veces la anterior, es decir, 5 veces $\frac{1}{6}$, aunque no pueda trasladarse sobre el original.

Para 9 cm, el razonamiento se podría apoyar en que si 6 cm es $\frac{1}{2}$ de la unidad y 3 cm es la cuarta parte, porque 3 cm "entra" 4 veces en 12 cm, entonces, como el segmento de 9 cm es la suma del segmento de 6 cm y el de 3 cm, representa $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ que es igual a $\frac{3}{4}$.

Este problema pone de manifiesto un doble juego:

- el segmento que mide 6 cm es $\frac{1}{2}$ de la unidad porque se puede "trasladar" 2 veces ese segmento y da la unidad;
- o bien, el segmento de 6 cm es $\frac{1}{2}$ del segmento de 12 cm pues 6 x 2 = 12.

En los problemas 4 y 5, la longitud de los segmentos elegidos provoca ya sea que la unidad no entre una cantidad entera de veces en el segmento cuando éste es mayor que la unidad o que el segmento por medir sea menor que la unidad. En ambos casos, se podrá recurrir al plegado de la unidad.

Nuevamente aquí –y para todos los problemas de esta actividad– la información de la medida en cm del segmento unidad es un dato sólo para los docentes que no debe ser ofrecido a los niños. A ellos se les comunica que el segmento mide 1.

Esto no significa que los alumnos no puedan medir el segmento unidad y valerse de las relaciones entre la medida del segmento unidad y el segmento que se quiere establecer, pero no hay que perder de vista que "la unidad de referencia" es el segmento que se les está dando en cada caso.

Algunas relaciones entre las fracciones

5 Actividad

Con esta actividad se podrá trabajar el cálculo de la mitad, la tercera parte, el doble, el triple de una fracción.

ALGUNAS RELACIONES ENTRE LAS FRACCIONES

PROBLEMAS

1) Anoche comimos pizza y sobró $\frac{1}{4}$. Hoy comí la mitad de lo que sobró. ¿Qué parte del total de la pizza comí?
2) En un recipiente se tiene $\frac{1}{3}$ de lo que inicialmente contenía. Si, ahora, de lo que quedó se saca la mitad, ¿con qué nueva fracción se puede escribir esa parte?
3) Catalina hizo una torta y llevó la quinta parte a la casa de su tía. Comieron la mitad cada una. ¿Qué porción del total de la torta se comió cada una?
4) Joaquín tiene una bolsa de caramelos y le da a su hermano $\frac{2}{3}$ del total. Su hermano le regala a un amigo la mitad de lo que le tocó. ¿Qué parte de la bolsa recibió el amigo del hermano de Joaquín?
5) Lorena da $\frac{5}{8}$ de los chocolates que tenía a sus amigos y de lo que le queda le da la mitad a su hermana. ¿Qué parte del total de los chocolates le dio a su hermana?
6) Indicá la respuesta correcta:

   a) La mitad de $\frac{24}{8}$ es: $\frac{24}{4}$; $\frac{12}{4}$; $\frac{12}{8}$

   b) El doble de $\frac{24}{8}$ es: $\frac{48}{8}$; $\frac{48}{16}$; $\frac{24}{16}$

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, 4, 5 Y 6

Se espera arribar con los chicos a estrategias apoyadas en la definición de fracción; por ejemplo, si se tiene $\frac{1}{4}$ y se comió la mitad, se sabe que 2 veces esa cantidad tiene que dar $\frac{1}{4}$ y si $\frac{1}{4}$ entra 4 veces en el entero, la mitad de $\frac{1}{4}$ tiene que entrar 8 veces en el entero, entonces es $\frac{1}{8}$. Algunos chicos podrían decir que la mitad de $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{2}$, haciendo 4 dividido 2; en ese caso, se puede proponer a los alumnos compararlas: $\frac{1}{2}$ es más que $\frac{1}{4}$, por tanto, esto no sería posible.

En los primeros problemas se ponen en juego fracciones del tipo $\frac{1}{n}$. En este punto se podría comenzar a generalizar con los alumnos que para calcular la mitad de una fracción se puede multiplicar por 2 el denominador.

En cambio, en el problema 4, se tiene que repartir $\frac{2}{3}$ entre 2. Aquí sería interesante que surgieran varias estrategias, por ejemplo: si los alumnos sólo continúan utilizando la estrategia de los problemas anteriores –que es totalmente válida– se les puede proponer pensar "otra forma" de calcular –por supuesto, no se pretende invalidar la regla general que establecieron hasta el momento– esto es, se podría pensar "como se tiene que repartir $\frac{2}{3}$ entre 2, le toca $\frac{1}{3}$ a cada uno". Y ver que esas dos maneras de hacer la mitad de $\frac{2}{3}$ son equivalentes. Es decir, $\frac{1}{3}$ es equivalente a $\frac{2}{6}$. En este problema, en vez de multiplicar por 2 el denominador, se puede dividir por 2 el numerador.

En cambio, esta última estrategia de dividir el numerador no sirve para hacer $\frac{3}{8}$ entre 2. Plantear la pregunta "¿por qué sucede esto?" es interesante para calcular, con distintas estrategias, la mitad de una fracción; por ejemplo, tener en cuenta si el numerador es múltiplo de 2.

Para finalizar, será necesario sistematizar ambas estrategias teniendo en cuenta que la primera estrategia, de multiplicar por 2 el denominador, sirve "siempre" para calcular la mitad; en cambio, la segunda estrategia sirve sólo si el numerador es múltiplo de 2.

ALGUNAS RELACIONES ENTRE LAS FRACCIONES

PROBLEMAS

7) Respondé:

a) ¿ $\frac{1}{3}$ es la mitad de $\frac{1}{6}$ o es al revés?

b) ¿Cuánto es la tercera parte de $\frac{1}{2}$?

c) ¿Cuánto es la mitad de $\frac{4}{5}$? ¿Y la mitad de $\frac{3}{4}$?

d) ¿Cuánto es el doble de $\frac{2}{3}$? ¿Y de $\frac{6}{5}$?

8) Señalá cuál es la respuesta correcta y explicá cómo lo pensaste:

El doble de $\frac{2}{3}$ es: $\frac{4}{3}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{2}{6}$

La mitad de $\frac{2}{10}$ es: $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{5}$

El triple de $\frac{3}{15}$ es: $\frac{1}{15}$; $\frac{9}{45}$; $\frac{9}{15}$; $\frac{1}{5}$

La tercera parte de $\frac{3}{15}$ es: $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{15}$; $\frac{9}{45}$; $\frac{9}{15}$

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 7 Y 8

Para el problema 7, las opciones propuestas en cada caso recogen los errores más frecuentes que los alumnos suelen cometer en relación con las fracciones, cuando extienden a este dominio numérico ideas construidas a propósito de los números naturales. Por ejemplo, pensar que para calcular el doble o la tercera parte de una fracción es necesario operar simultáneamente sobre el numerador y el denominador. A partir del trabajo, se podrían redactar reglas para establecer con toda la clase cómo calcular la mitad, la tercera parte, el doble, el triple, etcétera.

Será interesante registrar afirmaciones del tipo:

- 3 es la mitad de 6, pero $\frac{1}{3}$ no es la mitad de $\frac{1}{6}$, etcétera.
- El doble de una fracción es 2 veces esa fracción, así el doble de $\frac{3}{5}$ es 2 veces $\frac{3}{5}$ que es 2 x $\frac{3}{5}$ = $\frac{6}{5}$.
- Para calcular la mitad de una fracción puedo multiplicar el denominador por 2 o, si el numerador es múltiplo de 2, puedo dividir el numerador por 2. Una sirve siempre, la otra no.
- Para calcular la tercera parte de una fracción puedo multiplicar el denominador por 3.
- Y otras afirmaciones que surjan de las discusiones sobre el trabajo de los alumnos en las puestas en común.

Entendemos las puestas en común no sólo como un espacio donde se corrigen las resoluciones, sino como verdaderos espacios de producción matemática en los que los alumnos formulan hipótesis, argumentan sus producciones, intercambian –y en ese intercambio abonan– ideas con otros, es decir, "hacen matemática".

Sumas y restas con fracciones. Una primera vuelta

Actividad 6

En esta actividad aún no se apunta a trabajar el algoritmo para la suma y la resta de fracciones. Se pretende abordar algunas sumas y restas contextualizadas.

SUMAS Y RESTAS CON FRACCIONES. UNA PRIMERA VUELTA

PROBLEMAS

1) Los albañiles han pintado $\frac{5}{8}$ de la pared de rosa, $\frac{1}{4}$ de gris y el resto no está pintada todavía.

a) ¿Qué porción de la pared está pintada?

b) ¿Qué parte no está pintada?

2) Natalia comió $\frac{2}{3}$ de un chocolate y Juana comió $\frac{1}{6}$ del chocolate. ¿Cuánto chocolate quedó?

3) De una bolsa de caramelos, Oscar sacó $\frac{1}{4}$ y María sacó $\frac{1}{2}$. ¿Qué parte de los caramelos quedó en la bolsa?

4) Jorge y Laura están haciendo un viaje. Salen el lunes y recorren $\frac{1}{5}$ del recorrido. El martes recorren la mitad de lo que les faltaba. ¿Qué parte les falta recorrer?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, Y 4

Como se mencionó anteriormente, más adelante se presentará el algoritmo tradicional para sumar y restar fracciones. Pero en una primera vuelta se puede comenzar a realizar algunas sumas y restas con denominadores "fáciles", ya sea porque uno es múltiplo del otro, ya sea porque es fácil encontrar relaciones entre ellos.

Se sugiere alentar a los alumnos a que arriesguen resultados y que se discuta colectivamente cómo estar seguros de dichos resultados. Se trata de ir generando relaciones que se sistematizarán más adelante.

En ese sentido es importante explicitar las relaciones establecidas: "Esta suma es fácil porque $\frac{1}{4}$ es lo mismo que $\frac{2}{8}$". Se trata de identificar las condiciones que hacen que la cuenta sea fácil.

Inclusive, se puede proponer que los alumnos piensen cuentas "fáciles" y cuentas que no lo son, y expliquen qué criterio utilizaron.

7 Actividad

Fracción de un número entero. Fracción de una colección

Hasta el momento se trabajó el fraccionamiento de magnitudes continuas y será necesario detenerse explícitamente en el cambio que la nueva tarea supone. Pasar a fraccionar colecciones de elementos requiere tanto usar las viejas relaciones como elaborar otras nuevas. En estos problemas hay una exigencia de cambio de unidades. Se pueden reconocer dos unidades de medida: considerar un objeto de la colección como unidad o considerar la colección como un todo.

Esto no sucedía cuando se repartían chocolates o se fraccionaba una cierta longitud o un área.

En los enunciados que siguen se trabaja el cálculo de fracciones de colecciones de elementos y, para darle significado, se utilizan diferentes contextos. Luego se hará un trabajo de descontextualización.

FRACCIÓN DE UN NÚMERO ENTERO. FRACCIÓN DE UNA COLECCIÓN

PROBLEMAS

1) En el último examen, $\frac{1}{4}$ de los 40 alumnos obtuvo un puntaje superior a 6. ¿Qué cantidad de alumnos tuvo esas notas?
2) María completó $\frac{1}{6}$ de su álbum de figuritas. El álbum tiene 90 figuritas. ¿Cuántas figuritas tiene pegadas?
3) La $\frac{3}{4}$ parte de un ramo de 24 flores son claveles blancos. ¿Cuántos claveles blancos tiene el ramo?
4) Juan ya completó $\frac{5}{6}$ de su álbum de 42 figuritas. ¿Cuántas tiene pegadas?
5) La mitad de primer grado son niñas. Son 14 niñas. ¿Cuántos alumnos tiene el grado?
6) $\frac{1}{4}$ de todo 6º grado son 5 alumnos. ¿Cuántos alumnos tiene el grado?
7) $\frac{3}{4}$ de los alumnos de 7º grado son 15 alumnos. ¿Cuántos alumnos tiene el grado?
8) Marcia fue a Mar del Plata y trajo de regalo una caja con 24 alfajores. En la caja $\frac{1}{3}$ de los alfajores son de chocolate, $\frac{5}{12}$ son de dulce de leche y el resto es de fruta.
   - **a)** ¿Cuántos alfajores trajo de cada tipo?
   - **b)** Si a su papá sólo le gustan los alfajores de chocolate y de dulce de leche, ¿qué parte del total de alfajores puede comer?
   - **c)** Además, como Marcia sabe que a su hermana le gustan los caramelos, trajo una bolsa de 40 caramelos, de la que $\frac{1}{2}$ son de menta, $\frac{1}{4}$ son de ananá, $\frac{1}{4}$ son de naranja y el resto son de frutilla. La hermana de Marcia se enojó mucho, porque dice que puede asegurar sin contarlos que en la bolsa no hay caramelos de frutilla, que son los que más le gustan a ella. ¿Es cierto lo que dice la hermana de Marcia? ¿Por qué?
9) Cuando Luis llegó de la escuela, su mamá le dijo que no prendiera la tele hasta las 7 de la tarde. Luis llegó de la escuela a las 5. Tardó $\frac{1}{4}$ de hora en tomar la leche y le dedicó 1 hora a hacer la tarea. Esperó media hora más y prendió la tele. ¿Te parece que le hizo caso a su mamá? ¿Por qué? Si pensás que no le hizo caso, ¿cuánto tiempo más tendría que haber esperado?
10) Un avión tiene que recorrer 540 km. Hizo su primera escala a los 180 km. ¿Qué parte del recorrido le falta realizar?
11) Laura tiene 25 caramelos y Liliana tiene 10 caramelos. Laura come $\frac{1}{5}$ de sus caramelos y Liliana come la mitad. ¿Quién te parece que comió más caramelos? ¿Cuántos caramelos comió cada una?
12) Dos amigos se fueron de vacaciones. Uno gastó la mitad del dinero que llevaba y el otro gastó la cuarta parte de su dinero. ¿Es posible que el que gastó un cuarto de su dinero haya gastado más que el que gastó la mitad? Fundamentá tu respuesta.

G.C.B.A.

13) Cuánto es:

$\frac{1}{5}$ de 100 $\frac{2}{3}$ de 270

$\frac{1}{6}$ de 72 $\frac{4}{5}$ de 150

$\frac{5}{7}$ de 49

En cada caso, explicá por qué.

Análisis de los problemas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13

A lo largo de este trabajo, se identificará, por ejemplo, que "$\frac{1}{4}$ de..." significa hallar la cuarta parte, es decir, considerar una de las partes que resulta de dividir la cantidad total por 4. También será necesario reconocer la posibilidad de apoyarse en el cálculo de "$\frac{1}{n}$ de..." para extenderlo a fracciones con cualquier numerador. Si se quisiera obtener "$\frac{3}{4}$ de ...", será necesario hacer 3 veces $\frac{1}{4}$.

En los problemas 5, 6 y 7, a partir de una fracción de una colección, se solicita el total de ella. Al principio, se ofrece como dato la cantidad correspondiente a fracciones de forma $\frac{1}{n}$ del total. Se espera que los alumnos reconozcan que *n* veces esa cantidad permite hallar la totalidad. Luego, se proponen fracciones cualesquiera; por ejemplo, dar como dato que $\frac{3}{4}$ del total son 15 alumnos. Los alumnos podrán apoyarse en la búsqueda de la cantidad correspondiente a $\frac{1}{4}$, para luego reconstruir el total. Esta tarea se vincula –sería interesante explicitarlo con toda la clase– con tareas resueltas previamente, en las que, dada una parte del entero, los alumnos debían reconstruir la unidad. Por ejemplo, en actividades del tipo: "Estos son $\frac{2}{3}$ del segmento unidad. Dibujá el segmento unidad".

Los problemas 8 y 10 plantean, también, saber qué parte del total es una cantidad.

Analicemos el problema 8 b). Se trata de calcular qué parte del total de alfajores son de chocolate y dulce de leche. Será interesante analizar con los alumnos que esto se puede pensar tanto si se considera como unidad cada alfajor como tomando el total como unidad. Efectivamente:

- $\frac{1}{3}$ de los alfajores son de chocolate
  $\frac{1}{3}$ de 24 es 8
- $\frac{5}{12}$ de los alfajores son de dulce de leche
  $\frac{5}{12}$ de 24 es 10
- Son de chocolate y dulce de leche
  $\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12}$; y también 8 + 10 = 18

¿Qué parte del total es 18? Una posible estrategia sería analizar que como faltan 6 para llegar a 24 y 6 entra 4 veces en 24, entonces 6 alfajores es $\frac{1}{4}$ de 24 alfajores y 18 es $\frac{3}{4}$ de 24. También se puede pensar que se tienen 18 partes de 24, entonces tengo 18 veinticuatroavos, o sea, $\frac{18}{24}$. Y de esta manera se establece que $\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{18}{24}$, pues $\frac{3}{4}$ de 24 es 18 y 18 es la $\frac{18}{24}$ parte de 24.

Se puede sistematizar: ¿qué parte es una cantidad A de otra cantidad B? Se representa con la fracción $\frac{A}{B}$. En este caso usamos letras; con los alumnos se pueden utilizar de manera general varios ejemplos para establecer una regla.

Para la parte c) del problema 8 se tendría que analizar que $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ya da el total, por tanto, no es posible que haya otro sabor de caramelos. Al igual que el problema 9, en el que $\frac{1}{4}$ de hora, más 1 hora, más $\frac{1}{2}$ hora da 1 hora y $\frac{3}{4}$, y de 5 de la tarde a 7 de la tarde hay 2 horas.

Para estos problemas sería interesante que los alumnos pongan en juego algunas cuentas que deberían tener disponibles; por ejemplo, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$, etc. Y en ese sentido, al tener estas cuentas disponibles, resulta ser más económico trabajar la fracción en relación con el entero que calcular la fracción de la cantidad. Más económico siempre y cuando estas cuentas realmente estén disponibles.

La economía en general depende de los conocimientos con los que cuentan los chicos. Si estas cuentas no están disponibles para el total de la clase, es probable que sea más económico calcular la fracción de la cantidad. La economía es relativa al conocimiento.

Todavía no se espera introducir el algoritmo de la suma de fracciones, pero se pueden establecer relaciones locales con respecto a la suma y a la resta de fracciones; por ejemplo, sumas y restas en las que sólo hay que transformar una de las fracciones como realizar la suma de $\frac{1}{3} + \frac{5}{12}$ apoyándose en que $\frac{1}{3}$ es equivalente a $\frac{4}{12}$, entonces

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12}.$$

Más adelante se recogerán estas estrategias y serán punto de apoyo con el fin de establecer un algoritmo para sumar y restar fracciones.

Los dos últimos problemas ponen en juego que, si bien $\frac{1}{2}$ es mayor que $\frac{1}{4}$, cuando nos referimos a una misma unidad, $\frac{1}{2}$ de una cantidad puede ser "más chico" que $\frac{1}{4}$ de otra cantidad, y eso es porque la unidad a la que se hace referencia cambia.

Se podría identificar que siguen en juego las relaciones aprendidas a raíz del concepto de fracción: por ejemplo, la quinta parte de 40 es 8 porque 5 veces esa parte –5 veces 8- forman la totalidad, 40. Será interesante poner en relación las operaciones que tienen lugar al resolver estos problemas con las reconocidas en situaciones de repartos o mediciones. En aquellas oportunidades, a partir de la vinculación de las fracciones con la división, sabíamos, por ejemplo, que al repartir 5 chocolates entre 4 chicos, le correspondían $\frac{5}{4}$ a cada uno. Dicho de otro modo, la cuarta parte de 5 chocolates ($\frac{1}{4}$ de 5) es $\frac{5}{4}$ de chocolate.

En este contexto de partición de colecciones, es necesario tener en cuenta que no es posible hallar cualquier fracción de un número natural si los elementos de la colección no se pueden subdividir. Por ejemplo, si se tratara de determinar la cantidad de lápices correspondientes a $\frac{1}{3}$ de 20 lápices. El docente decidirá si somete o no esto a discusión con sus alumnos.

En el problema 13 se propone una descontextualización de los conocimientos utilizados en los problemas anteriores planteando el cálculo de la fracción de un número natural.

Será una ocasión propicia para retomar, analizar y sistematizar el **algoritmo basado en la división del número natural por el denominador y la multiplicación por el numerador**.

Al respecto, es importante reconocer que el mismo procedimiento puede seguirse si primero se realiza la multiplicación y luego la división.

Se recomienda detenerse a analizar por qué necesariamente en cualquier orden en que se realicen estas dos operaciones se obtiene el resultado buscado.

Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ de 270 se puede calcular como 2 veces $\frac{1}{3}$ de 270; es decir, $2 \times \frac{27}{0}$. O bien, como $\frac{2}{3}$ es el doble de $\frac{1}{3}$, se puede pensar que hacer $\frac{2}{3}$ de 270 es lo mismo que hacer $\frac{1}{3}$ del doble de 270, pues si se duplica la cantidad, se tiene que tomar la mitad para que siga siendo "lo mismo", entonces se tiene $\frac{1}{3} \times 2 \times 270$.

Cálculo mental con fracciones. Ubicación entre enteros. Sumas y restas de enteros y fracciones

Actividad 8

En esta actividad se trabaja el cálculo mental con fracciones. Se proponen situaciones que permitan a los alumnos progresar en el conjunto de relaciones que se establecen entre determinados grupos de fracciones y entre ciertas fracciones y los enteros. Se busca tener un bagaje de estrategias de cálculo mental para comparar fracciones, analizar equivalencias, sumas de medios, cuartos y octavos, de tercios y novenos, etcétera.

Cálculo mental con fracciones. Ubicación entre enteros. Sumas y restas de enteros y fracciones

Problemas

1) Completá las siguientes cuentas:

a) $\frac{1}{4}$ + ... = 2

b) $\frac{3}{5}$ + ... = 1

c) $\frac{5}{6}$ + ... = 2

d) $\frac{7}{4}$ + ... = 2

e) $\frac{7}{4}$ - .... = 1

f) $\frac{4}{7}$ + ... = 2

g) $\frac{9}{7}$ - .... = 1

2) ¿Entre qué enteros se encuentran las siguientes fracciones?

$\frac{7}{6}$ $\qquad$ $\frac{9}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{2}$ $\qquad$ $\frac{4}{5}$

3) Calculá mentalmente. Considerá que no se puede escribir la respuesta como número mixto.

a) $\frac{7}{8} + 1 =$

b) $\frac{19}{3} + 1 =$

c) $\frac{3}{5} + 2 =$

d) $\frac{8}{7} + 3 =$

e) $\frac{17}{4} - 1 =$

f) $\frac{21}{5} - 2 =$

g) $\frac{18}{7} - 2 =$

4) Anotá los siguientes números como una sola fracción:

a) $2 + \frac{3}{4} =$

b) $5 + \frac{2}{3} =$

c) $4 + \frac{3}{5} =$

d) $10 - \frac{4}{6} =$

e) $11 + \frac{3}{7} =$

f) $8 + \frac{4}{10} =$

G.C.B.A.

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3 Y 4

En el problema 1 se vuelve a poner en juego la definición de fracciones: $\frac{1}{4}$ es una fracción tal que 4 veces $\frac{1}{4}$ da el entero, entonces 8 veces $\frac{1}{4}$ da 2 enteros; es decir, $\frac{8}{4} = 2$. Por tanto, a $\frac{1}{4}$ le falta $\frac{7}{4}$ para llegar a 2.

Así se puede retomar que el entero es igual a $\frac{5}{5}$, o a $\frac{6}{6}$, etc. Y que 2 es igual a $\frac{10}{5}$, ó $\frac{12}{6}$, etcétera.

Apoyados en esto, para el problema 2 se puede establecer que $\frac{7}{6}$ está entre 1 y 2, pues $1= \frac{6}{6}$ y $2= \frac{12}{6}$, y $\frac{7}{6}$ está entre $\frac{6}{6}$ y $\frac{12}{6}$.

Relaciones similares se reinvierten nuevamente en el problema 3 ya que $\frac{7}{8} + 1$ se puede pensar como $\frac{7}{8} + \frac{8}{8} = \frac{15}{8}$. Lo mismo para las restas, por ejemplo, $\frac{17}{4} - 1 = \frac{17}{4} - \frac{4}{4} = \frac{13}{4}$.

En el problema 4, será necesario establecer, por ejemplo, que 5 es equivalente a $\frac{15}{3}$, pues si por cada entero se tiene 3 de $\frac{1}{3}$, en 5 enteros se tiene 5 x 3 de $\frac{1}{3}$ que es igual a $\frac{15}{3}$.

Actividad 9 Relaciones de orden entre fracciones. Algunas equivalencias de fracciones. Comparación

Con esta actividad se espera trabajar la búsqueda de estrategias para comparar y ordenar fracciones. También se apunta a la selección de la estrategia de comparación más adecuada a las fracciones que se quieren comparar.

RELACIONES DE ORDEN ENTRE FRACCIONES. ALGUNAS EQUIVALENCIAS DE FRACCIONES. COMPARACIÓN

PROBLEMAS

1) Tengo dos cintas iguales, una azul y una roja. A la cinta azul le cortaré $\frac{3}{8}$ de su longitud, y a la roja, $\frac{3}{5}$ de su longitud. ¿Cuál de las dos quedará más larga?

2) Varios chicos abrieron una caja de chocolatines, los partieron y comieron algunos.

Nombre	Cantidad de chocolatines
Juan	$\frac{1}{2}$
Joaquín	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
Laura	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
Inés	$\frac{2}{4}$
Daniela	$\frac{3}{6}$
Camila	$\frac{6}{8}$
Martín	$\frac{4}{8}$
Victoria	$\frac{5}{10}$
Diego	$\frac{3}{4}$

En la tabla se indica cuánto comió cada uno

a) ¿Quiénes comieron la misma cantidad?

b) ¿Quién comió más?

c) Al día siguiente, repartieron alfajores. Ordenalos desde el que comió menos hasta el que comió más.

Nombre	Cantidad de alfajores
Joaquín	$\frac{4}{8}$
Laura	$\frac{3}{5}$
Inés	$1 \frac{1}{2}$
Daniela	$\frac{5}{4}$

d) Estos chicos se sirvieron jugo en sus vasos (algunos lo hicieron más de una vez) y lo tomaron. Ordenalos desde el que tomó menos jugo hasta el que tomó más jugo.

Nombre	Vasos de jugo
Camila	$\frac{1}{3}$
Martín	$2\ \frac{1}{4}$
Victoria	$1\ \frac{3}{4}$
Diego	$1\ \frac{4}{5}$

3) Indicá $>$; $<$ ó $=$

a) $\frac{25}{18}$ $\quad$ $\frac{25}{10}$

b) $\frac{15}{45}$ $\quad$ $\frac{8}{16}$

c) $\frac{9}{36}$ $\quad$ $\frac{12}{40}$

d) $\frac{47}{48}$ $\quad$ $\frac{34}{35}$

e) $\frac{75}{90}$ $\quad$ $\frac{28}{15}$

Análisis de los problemas 1, 2 y 3

En estos problemas se busca que comiencen a elaborar estrategias para comparar fracciones. Es importante que todos los alumnos tomen posición y sean capaces de explicar en qué se basan. Ese es el sentido fundamental de invitarlos a producir resultados antes de que hayan sistematizado las estrategias para lograrlos.

Para el problema 1 una estrategia posible es comparar cuánto falta en cada caso para llegar al entero. En este caso, si se corta $\frac{3}{8}$, quedan $\frac{5}{8}$; y si se cortan, queda $\frac{2}{5}$. Es más fácil comparar $\frac{1}{5}$ y $\frac{5}{8}$, pues $\frac{5}{8}$ es más grande que $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ es más chico que $\frac{1}{2}$. Esto permite concluir que $\frac{3}{8}$ es menor que $\frac{2}{5}$: "se saca menos porque queda más".

En el problema 2 se vuelve sobre relaciones "movilizadas" en el problema anterior para resolver un problema de equivalencias y orden de fracciones. Estas relaciones están referidas en este problema a un reparto.

Se busca reutilizar aquí la referencia al entero, cuánto más o menos que un entero constituye una fracción, las equivalencias en términos de cuántas veces una fracción determinada forma otra, etcétera.

A continuación, mencionamos algunas relaciones posibles de ser consideradas por los alumnos en la resolución del problema 3. Para a) podrán tener en cuenta que ambas fracciones tienen el mismo numerador, es decir, se toma la misma cantidad de partes, pero las partes de la primera son más pequeñas. Para b), la primera fracción equivale a $\frac{1}{3}$ y la segunda, a $\frac{1}{2}$. Para c), la primera fracción equivale a $\frac{1}{4}$ y la segunda es mayor que $\frac{1}{4}$ porque $\frac{10}{40}$ equivale a $\frac{1}{4}$. Para d), es conveniente considerar la distancia con el entero: $\frac{1}{48}$ para la primera fracción y $\frac{1}{35}$ para la segunda; por tanto, $\frac{47}{48}$ es mayor porque "le falta menos para completar el entero". En e), se trata de comparar una fracción mayor que 1 con otra menor que 1. La fracción menor que 1, en este caso, tiene números más grandes que la fracción mayor que 1. Nuevamente, se podrá recordar que el tamaño de la fracción no depende del valor de los numeradores o denominadores considerados de forma aislada.

Las conclusiones que se fueron elaborando pueden ser recuperadas por el docente apelando a la memoria de la clase.

Es posible que algunas de estas relaciones sean explicitadas por los mismos alumnos. En ese caso, el docente las difundirá a toda la clase y se resaltará su valor a la hora de comparar fracciones. Otras veces, será el docente quien las presentará.

Se podrá hacer con los chicos una actividad de armado de estrategias para comparar fracciones, por ejemplo:

- Si se tiene que comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{4}$, como $\frac{2}{3}$ es menor que 1 y $\frac{5}{4}$ es mayor que 1, ya se sabe que $\frac{5}{4}$ es mayor que $\frac{2}{3}$.
- Si dos fracciones tienen igual denominador, es mayor la que tiene mayor numerador.
- Si dos fracciones tienen el mismo numerador, es mayor la que tiene menor denominador.
- Se pueden comparar dos fracciones viendo lo que les falta para completar el entero.

Y otras que surjan en la instancia colectiva. No se espera que aparezca en esta instancia la estrategia de hallar fracciones equivalentes, ya que se trabajarán en la actividad que sigue estrategias para reconocer fracciones equivalentes, aunque puede surgir, y en ese caso sería conveniente agregarla a la lista de estrategias.

Actividad 10 Fracciones equivalentes

A partir de estos problemas se pretende fundamentar y formalizar estrategias para reconocer fracciones equivalentes. El trabajo con la idea de equivalencia trasciende la propuesta de multiplicar o dividir el numerador y el denominador por un mismo número, para tratar de avanzar en la producción de explicaciones que la justifiquen en el establecimiento de un conjunto de relaciones entre dos o más fracciones equivalentes. Como siempre, cada estrategia que se pone en juego resalta un aspecto particular y será un objetivo del maestro que los niños exploren, analicen y discutan estas relaciones.

Fracciones equivalentes
Problemas

1) En casi todos los libros de matemática aparece el siguiente enunciado:

"Si se multiplica el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la original."

¿Podrían explicar por qué funciona esta propiedad?

2) Analicen si la siguiente afirmación es verdadera o falsa y expliquen su opción:

"Si se divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la original".

3) Analicen la discusión entre Matías y Tomás:

Matías: $\frac{4}{32}$ es equivalente a $\frac{10}{80}$ porque el 4 entra 8 veces en el 32 y el 10 entra 8 veces

G.C.B.A.

en el 80. Es decir, cada numerador entra la misma cantidad de veces en su denominador.

TOMÁS: $\frac{4}{32}$ no es equivalente a $\frac{10}{80}$ porque no hay ningún número natural que multiplicado por 4 dé 10, entonces no puedo pasar a una fracción equivalente a $\frac{4}{32}$ con numerador 10.

¿Qué pensás de los argumentos de Matías y de Tomás? Finalmente, ¿son o no equivalentes $\frac{4}{32}$ y $\frac{10}{80}$?

4) Analizá si el siguiente enunciado es verdadero o falso y explicá por qué.

"Si se suma al numerador y al denominador de una fracción un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la dada."

ANÁLISIS DEL PROBLEMA 1, 2 ,3 Y 4

Antes de realizar el problema 1, sería conveniente retomar algunas cuestiones que se estuvieron trabajando. Esta actividad se puede hacer de manera oral y la puede presentar el docente. También se sugiere como una actividad de cierre de la actividad anterior y comienzo de esta nueva.

Se podría reflexionar con los alumnos (lo mencionado es sólo a manera de orientación para el docente, de ninguna manera pretende ser prescriptivo):

"A partir del trabajo que estuvimos haciendo con fracciones sabemos que una misma cantidad se puede representar con números diferentes, por ejemplo, $1\frac{1}{2}$ lo puedo armar con 6 de $\frac{1}{4}$, pues en $1\frac{1}{2}$ hay 3 veces $\frac{1}{2}$ y en cada medio hay $\frac{2}{4}$, entonces $1\frac{1}{2}$ es lo mismo que $\frac{6}{4}$.

"A veces, para poder establecer relaciones entre las fracciones que tienen diferente denominador, es conveniente transformar una de ellas (a veces ambas) en otra, de manera tal que las dos tengan el mismo denominador.

"Es importante tener claro que $1\frac{1}{2}$ y $\frac{6}{4}$ expresan la **misma cantidad**.

"A las fracciones que representan la misma medida con respecto a una unidad se las llama **fracciones equivalentes**. En realidad, dos fracciones equivalentes son dos formas diferentes de escribir el mismo número."

Para el problema 1 será importante alentar la formulación de explicaciones por parte de los alumnos y analizar colectivamente si éstas resultan o no aceptables. Finalmente, el docente puede "redondear" la siguiente idea. Por ejemplo, para justificar que $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15}$ es factible pensar de la siguiente forma: si se multiplica por 2 el denominador, las partes se reducen a la mitad, por tanto, para tener la misma cantidad se necesita el doble de partes; es necesario, entonces, multiplicar por 2 el numerador. Este tipo de análisis de un caso particular es el que permite ir estableciendo generalidades.

Sabemos que la sola presentación de un ejemplo no garantiza la generalidad. Es el análisis que se hace con el ejemplo el que posibilita "ver" la generalidad "a través" del caso particular.

El problema 2 apunta a que se exponga la propiedad anterior en sentido inverso. Si una fracción se obtuvo multiplicando numerador y denominador por un mismo número natural, para pasar de esta segunda fracción a la primera,

G.C.B.A.

habrá que dividir numerador y denominador por un número natural. A partir de este análisis se puede instalar el significado de **simplificar fracciones**.

En el problema 3 se pretende analizar con los alumnos la situación en la que podría ocurrir que dos fracciones fueran equivalentes aunque no se "pase" de una a la otra multiplicando el numerador y el denominador por un número natural. Una manera de establecer la equivalencia en este caso es apelando a la idea de reparto: si se distribuyen en partes iguales 4 litros de líquido en 32 envases, la cantidad de líquido en cada envase será la misma que si se distribuyen en partes iguales 10 litros en 80 envases, ya que esta última distribución puede hacerse distribuyendo primero 4 litros en 32 envases, luego otros 4 litros en 32 envases y finalmente 2 litros en 16 envases, de lo cual resulta que la cantidad de líquido por envase será siempre la misma.

Otro modo de establecer la equivalencia entre $\frac{4}{32}$ y $\frac{10}{80}$ es dividir numerador y denominador de ambas fracciones por un mismo número en cada caso: si se divide el 4 y el 32 por 4, resulta que $\frac{4}{32}$ es equivalente a $\frac{1}{8}$ y si se divide 10 y 80 por 10, también resulta que $\frac{10}{80}$ es equivalente a $\frac{1}{8}$.

El enunciado del problema 4 es falso, pero muchos alumnos suelen considerarlo verdadero. Seguramente las opiniones estarán repartidas y se apelará a que ellos agoten al máximo sus argumentos.

Será importante analizar ejemplos que muestren que, al sumar un mismo número al numerador y al denominador de una fracción dada, no se obtiene una fracción equivalente.

FRACCIONES EQUIVALENTES

PROBLEMAS

5) Una vez realizado el análisis de fracciones equivalentes en el problema anterior, decidí si las fracciones que se presentan en cada caso son equivalentes o no:

a) $\frac{7}{8}$ y $\frac{42}{40}$

b) $\frac{12}{5}$ y $\frac{108}{45}$

c) $\frac{34}{8}$ y $\frac{102}{24}$

d) $\frac{24}{7}$ y $\frac{121}{35}$

e) $\frac{6}{10}$ y $\frac{9}{15}$

f) $\frac{4}{32}$ y $\frac{10}{80}$

g) $\frac{21}{6}$ y $\frac{651}{186}$

h) $\frac{32}{6}$ y $\frac{112}{18}$

i) $\frac{4}{6}$ y $\frac{9}{11}$

6) Indicá >; < ó =

a) $\frac{13}{2}$ $\quad$ $\frac{15}{3}$

b) $\frac{9}{5}$ $\quad$ $\frac{14}{8}$

c) $\frac{27}{8}$ $\quad$ $\frac{27}{9}$

d) $\frac{7}{6}$ $\quad$ $\frac{5}{4}$

e) $\frac{15}{20}$ $\quad$ $\frac{35}{40}$

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 5 Y 6

Para decidir cuál de estas dos fracciones es mayor, $\frac{9}{5}$ y $\frac{14}{8}$, no alcanza con establecer que $\frac{9}{5}$ es casi 2 enteros, porque $\frac{14}{8}$ también es casi 2 enteros. Las estrategias con las que se contaba hasta el momento (se puede remitir a la lista de estrategias armada a propósito de la actividad anterior) no sirven para todo tipo de comparaciones. Será este un buen momento para identificar una estrategia general, ya que la estrategia de buscar fracciones equivalentes a cada una de las dadas, que tengan ambas el mismo denominador, sirve siempre para comparar fracciones.

Entonces:

x 8

$\frac{9}{5} = \frac{72}{40}$ Se llega a 40 multiplicando por 8 a 5 pues 5 x 8 = 40

x 8

Y se llega a 40 multiplicando por 5 a 8 pues 8 x 5 = 40

x 5

$\frac{14}{8} = \frac{70}{40}$

x 5

Por tanto, $\frac{9}{5}$ es mayor que $\frac{14}{8}$.

A propósito de esta actividad, la siguiente sugerencia se podrá agregar a las estrategias para comparar fracciones.

- Para comparar fracciones se pueden buscar fracciones equivalentes a las que se trata de comparar que tengan el mismo denominador. Como las fracciones tienen igual denominador, se puede realizar la comparación, y por eso resulta más conveniente.

Las fracciones en la recta numérica

Actividad 11

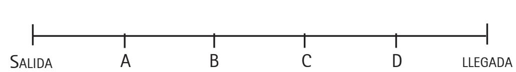
La representación de fracciones sobre la recta numérica constituye un ámbito sumamente fructífero para poner en juego las relaciones construidas sobre estos números –como los recursos empleados para comparar fracciones o para determinar entre cuáles enteros se encuentra, etc.– así como construir otras nuevas –por ejemplo, un nuevo contexto en el cual abordar las operaciones en este conjunto numérico–. Sin embargo, dada la complejidad que supone comprender esta forma de representación proponemos iniciar el trabajo con rectas numéricas partiendo de situaciones que las contextualicen, de modo de descontextualizar posteriormente los conocimientos así construidos.

G.C.B.A.

LAS FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

PROBLEMAS

1) Un corredor debe realizar la carrera de 100 metros. En la pista hay marcas, todas a la misma distancia unas de otras. A continuación, una representación de la pista:



Contestá las preguntas y explicá cómo pensaste cada respuesta. (En *Páginas para el alumno* el segmento mide 10 cm.)

a) Cuando el corredor está en el punto B, ¿qué fracción del total del camino habrá recorrido? ¿Y cuántos metros recorrió?

b) Cuando el corredor haya recorrido tres quintos del trayecto, ¿dónde estará?

c) Cuando el corredor esté en el punto D, ¿qué fracción del total habrá recorrido?

d) ¿Cuántos metros habrá recorrido cuando se encuentre en el punto A?

e) Si el corredor se encuentra a los 80 metros de la salida, ¿en qué punto está?

2) Analicemos el siguiente recorrido, todos los puntos señalados se encuentran a igual distancia unos de otros. (En *Páginas para el alumno*, el segmento mide 7 cm.)

Contestá las siguientes preguntas y explicá cómo pensaste cada respuesta.

a) ¿Qué punto del gráfico indica que se ha recorrido un tercio del camino?

b) ¿Qué fracción del recorrido representa el punto B?

c) ¿Habrá algún punto marcado que represente tres cuartos del camino?

3) Nuevamente, en el siguiente camino, todos los puntos se encuentran a igual distancia unos de otros. (En *Páginas para el alumno*, el segmento mide 8 cm.)

Contestá las siguientes preguntas y explicá cómo pensaste cada respuesta:

a) ¿Qué fracción representa el punto C del camino?

b) ¿Qué punto señala que se ha recorrido seis octavos del camino?

c) ¿Qué punto señala que se recorrió tres cuartos del camino?

d) ¿Qué punto marca la mitad del camino?

e) ¿Qué punto indica que se recorrió cuatro octavos del camino?

f) ¿Por qué obtenés la misma respuesta en algunas preguntas?

g) Escribí una fracción que represente el punto de Llegada.

Análisis de los problemas 1, 2 y 3

En el problema 1 se podrá señalar que, como la pista está partida en 5 partes iguales, cada una representa $\frac{1}{5}$ del total de la pista. Pero, como estamos haciendo un recorrido desde Salida hasta Llegada, el primer tramo es $\frac{1}{5}$, el primero y segundo tramo representa $\frac{2}{5}$ de la pista, y así sucesivamente.

Lo mismo puede suceder en el problema 2. En este caso, el segmento AB representa $\frac{1}{3}$ del camino y podemos decir que, cuando recorrimos desde la salida hasta el punto A, recorrimos $\frac{1}{3}$ del camino; entonces el punto A señala que se recorrió $\frac{1}{3}$. Y si continuamos hasta el punto B, se han recorrido $\frac{2}{3}$ del camino.

En el problema 3 c) se requiere partir el camino en 4 partes tomando como referencia los puntos señalados. Se podría pensar que cada $\frac{2}{8}$ tengo $\frac{1}{4}$ ya que $\frac{1}{8}$ es la mitad de $\frac{1}{4}$.

Importa señalar aquí que dos fracciones son equivalentes cuando ocupan el mismo lugar en la recta numérica.

Por último, como el punto de Llegada representa la unidad, se puede representar de infinitas maneras. Es probable que inicialmente los chicos le asignen la fracción $\frac{4}{4}$ ó $\frac{8}{8}$.

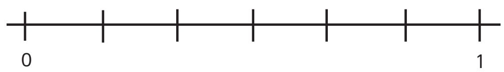
En los problemas que siguen se produce un salto, ya que se pasa de tener un "camino" a una recta, y esto requerirá por parte del docente una explicación para el total de la clase. Se anticipa que este puede ser un salto con dificultades.

LAS FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

PROBLEMAS

4) En la siguiente recta numérica ubicá el $\frac{1}{4}$ y el $\frac{3}{4}$.

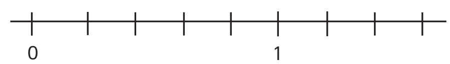
5) Ubicá el $\frac{2}{3}$ y el $\frac{2}{6}$.



6) Ubicá el $\frac{1}{2}$ y el $\frac{3}{2}$.

7) Dibujá una recta en la que puedas ubicar el $\frac{1}{3}$ y el $\frac{3}{4}$. Para resolver este problema deberás tener en cuenta qué escala utilizar.

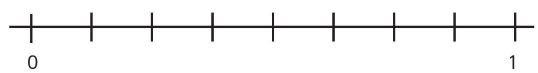
8) Ubicá el $\frac{3}{5}$ y el $\frac{16}{10}$. (En *Páginas para el alumno*, el segmento mide 8 cm.)



9) Ubicá el $\frac{5}{6}$ y el $\frac{1}{12}$. (En *Páginas para el alumno*, el segmento mide 8 cm.)

10) Ubicá estas fracciones en la recta numérica. (En *Páginas para el alumno*, el segmento mide 8 cm.)

$\frac{4}{8}$ $\frac{12}{24}$ $\frac{4}{16}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{8}{32}$



ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 4, 5, 6, 7, 8, 9 Y 10

En este punto tenemos que reconocer la dificultad que supone para los alumnos comprender esta representación. Efectivamente, es la primera vez que se enfrentan con el problema de representar fracciones sobre un eje y para ello deben comprender por qué los números se anotan no sólo ordenados sino conservando una cierta escala que puede variar de una representación a otra, pero que debe mantenerse dentro de la misma representación.

También será necesario que comprendan que dicha escala se determina fijando la posición del 0 y del 1 o, más generalmente, fijando la posición de dos números cualesquiera, ya que si fijamos el 0 y el $\frac{2}{3}$, como en el problema 9, podemos ubicar el 1.

El trabajo realizado a raíz de los primeros problemas puede constituirse en referencia para pensar las representaciones en la recta.

A partir del problema 6 se comienzan a ubicar fracciones mayores que 1 pues se necesita 3 veces la longitud que equivale a $\frac{1}{2}$ de la unidad, por tanto, es necesario "pasarse" del 1.

El problema 7 trae la complejidad para los alumnos de elegir la escala conveniente. Al tener que señalar tercios y cuartos, la distancia entre 0 y 1 deberá ser tal que la puedan dividir en 3 y en 4 partes iguales. Por ejemplo, se podría tomar el múltiplo común mínimo entre 3 y 4 y establecer la distancia entre 0 y 1 de 12 cm. Pero también podrían establecer como escala 6 cm dividiéndolo en 3 partes de 2 cm cada una o en 4 partes de 1,5 cm cada una.

En el problema 8 será necesario poner en juego que $\frac{1}{10}$ es la mitad de $\frac{1}{5}$.

El problema 9 es mucho más complicado que los anteriores pues primero hay que establecer la unidad. Se puede remitir al alumno al problema donde se daba un segmento que representaba $\frac{2}{3}$ de la unidad y se pedía armar dicha unidad. En este caso de 0 a $\frac{2}{3}$ se representa $\frac{2}{3}$ de la unidad, así que tomando la mitad de ese segmento y extendiéndolo hacia el lado donde tiene que estar el 1 –pues es una convención de la recta numérica que el 1 esté a la derecha del 0– puedo armar la unidad. Una vez ubicado el 1, se puede continuar trabajando como en los problemas anteriores.

Ya señalamos distintos sentidos del significado de fracciones equivalentes. Por otro lado, también se puede retrabajar el orden de fracciones teniendo en cuenta que ser "más chico" significa, en este caso, "estar a la izquierda de".

Actividad 12 Suma y resta de fracciones. Otra vuelta

Con esta actividad se trabajarán procedimientos convencionales para sumar y restar fracciones.

Los niños ya han realizado, en una primera vuelta, problemas en los que fue necesario sumar y restar fracciones.

Pero, como señalamos en su momento, esas sumas y restas contaban con denominadores "fáciles" ya que o bien uno era múltiplo del otro o bien era fácil encontrar relaciones entre ellos.

La intención ahora es trabajar explícitamente los procedimientos de suma y resta de fracciones. En otras palabras: cosechar lo sembrado en el trabajo anterior.

Suma y resta de fracciones. Otra vuelta

Problemas

1) De una torta entera Ana comió $\frac{1}{3}$ y María comió $\frac{1}{4}$. ¿Qué porción de la torta queda?

2) Romina se fue de viaje y durante la primera hora realizó $\frac{1}{3}$ del camino y en la hora siguiente recorrió $\frac{2}{5}$ del camino. ¿Qué parte del camino recorrió Romina en esas horas?

3) Realizá los siguientes cálculos:

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$

b) $\frac{2}{8} + \frac{1}{4} =$

c) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$

d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$

4) Ahora realizá estos cálculos:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$

G.C.B.A.

5) Para cada uno de los siguientes ítemes, propongan cinco sumas o restas diferentes que den como resultado las fracciones indicadas:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{7}{6}$

d) $\frac{4}{9}$

e) $\frac{12}{10}$

6) Para resolver la actividad anterior, en un grado propusieron los siguientes cálculos, pero se desordenaron y no quedó claro a qué número correspondía cada uno. ¿Podés decirlo?

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{12}$

b) $1\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{20}$

d) $3 - 1,8$

e) $\frac{9}{6} - \frac{2}{3}$

f) $0,5 + 0,3$

g) $\frac{1}{2} - \frac{1}{18}$

h) $1 + \frac{4}{24}$

i) $\frac{1}{3} + \frac{3}{27}$

7) También, para solucionar el problema 5, otro grupo anotó estos cálculos para cada uno de los números. Controlá si son correctos. Si son correctos, explicá cómo es posible estar seguro; en los casos en que no, anotá qué les dirías para que se dieran cuenta de por qué se equivocaron y de cómo pueden evitarlo.

a) $\frac{2}{3} = \frac{1}{4} - \frac{8}{12}$

b) $\frac{4}{5} = 1 - \frac{5}{25}$

c) $\frac{7}{6} = 1 + \frac{4}{30}$

d) $\frac{4}{9} = 1 - \frac{1}{2}$

e) $\frac{12}{10} = \frac{1.500}{1.000} - \frac{30}{100}$

Análisis de los problemas 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7

Con los primeros problemas se busca hacer una entrada a suma y resta de fracciones contextualizada para que sea punto de apoyo para los siguientes problemas.

Se espera que los niños utilicen el procedimiento de encontrar una fracción equivalente a una dada para sumar, puesto que esto es lo que han estado haciendo en las actividades de cálculo mental y en problemas que requerían una suma o una resta con fracciones. Sin embargo, se trata de un procedimiento cuya comprensión, más allá de la regla mecánica, es difícil porque hay que aceptar que, al reemplazar una fracción por otra equivalente, la suma seguirá siendo la misma. Es importante que el docente tenga presente esta complejidad y vaya chequeando en el desarrollo de las clases el grado de aceptación y comprensión que esto tiene en los alumnos.

El contexto en los primeros problemas sirve de soporte para las primeras explicaciones. Así, para el problema 1, los alumnos pueden pensar en cortar la torta en 12 partes iguales y $\frac{1}{3}$ de la torta es igual $\frac{4}{12}$, y $\frac{1}{4}$ de la torta es igual a $\frac{3}{12}$, entonces se comieron $\frac{7}{12}$.

En el problema 2 se puede pensar al camino como partido en 15 partes iguales y si se recorre $\frac{1}{3}$ es equivalente a recorrer $\frac{5}{15}$, mientras que recorrer $\frac{2}{5}$ es equivalente a recorrer $\frac{6}{15}$. En este caso los alumnos también pueden apelar a una representación gráfica tanto de la torta como del camino. En este sentido decimos que el contexto actúa como sostén para las argumentaciones.

Es interesante que, además de discutir sobre cuál es el resultado de las operaciones propuestas, se analice cómo se obtuvieron dichos resultados.

G.C.B.A.

Este análisis constituirá el foco del momento de trabajo colectivo, y la utilización del procedimiento de transformar las fracciones en fracciones equivalentes de igual denominador podrá ser extendido a todas las sumas y restas del problema 4. Esta parte exige transformar las dos fracciones que intervienen en el cálculo. El procedimiento explicitado a raíz de los problemas 1, 2 y 3 constituirá un punto de apoyo fundamental. Será interesante discutir por qué las sumas y las restas del problema 4 son "un poco" más difíciles que las propuestas en el problema 3. Se espera arribar a conclusiones del tipo:

- En el problema 4 hay que buscar una fracción equivalente a cada una de las dos fracciones del cálculo y no a una sola.
- Hay que buscar un número que esté en la tabla del 2 y del 5 o que sea múltiplo de 2 y 5 simultáneamente (para la primera de las restas) o, de manera general, hay que buscar un múltiplo de los dos denominadores.

Si en el problema 5 los alumnos proponen sólo cálculos con fracciones del mismo denominador, el docente podrá preguntar si es posible hallar otros con un número natural y una fracción o con fracciones de diferente denominador. En estos casos, se analizará cómo se pueden resolver esos cálculos pensando uno de los números como una fracción equivalente con un denominador que permita operar fácilmente con la otra fracción.

En el problema 7 se puede desarrollar un análisis sin tener que realizar la cuenta. Por ejemplo, en la parte a) $\frac{8}{12}$ es equivalente a $\frac{2}{3}$, entonces $\frac{1}{4}+\frac{8}{12}$ no puede ser igual a $\frac{2}{3}$. En la parte b) $\frac{5}{25}$ es equivalente a $\frac{1}{5}$, entonces $1-\frac{1}{5}$ es igual a $\frac{4}{5}$. En el c) si $1+\frac{4}{30}$ fuera igual a $\frac{7}{6}$, $\frac{4}{30}$ sería igual a $\frac{1}{6}$, pero $\frac{4}{30}$ no es equivalente a $\frac{1}{6}$. En la parte d) se realizó muchas veces $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Suma y resta de fracciones. Otra vuelta

Problemas

8) Decidí si es cierto que con 3 vasos de $\frac{1}{4}$ litro y 2 vasos de $\frac{1}{5}$ litro puedo llenar una botella de $1\frac{1}{2}$ litro.

9) De una jarra en la que había $\frac{3}{4}$ litros se consumieron $\frac{2}{5}$ litros. Averiguá qué cantidad de líquido quedó en la jarra.

10) En una encuesta a los chicos de 2º grado, en la que cada chico practica a lo sumo un deporte, se obtuvieron los siguientes resultados:

$\frac{1}{4}$ de los entrevistados juega al fútbol;

$\frac{1}{6}$ de los entrevistados juega básquet.

El resto de los entrevistados no hace deporte.

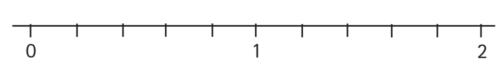
¿Qué parte del total de los alumnos de ese grado no hace deporte?

11) Resolvé:

a) ¿Qué número hay que sumar a $\frac{3}{5}$ para llegar a $\frac{17}{20}$?

b) ¿Es cierto que si a $\frac{4}{15}$ se le resta $\frac{1}{6}$, se obtiene la décima parte de un entero?

12) Un robot se desplaza por una recta numérica con pasos regulares que miden $\frac{1}{5}$ de la unidad. Por ejemplo, si el robot está parado en el 0 y da 3 pasos estará parado en $\frac{3}{5}$. Si da 2 pasos más, estará parado en el 1. Si el robot está parado en el $\frac{5}{4}$, ¿será cierto que después de avanzar un paso todavía no llegará al 2? ¿Podés decir qué número pisará cuando dé 2 pasos si sale del $\frac{5}{4}$? (En *Páginas para el alumno*, segmento de 10 cm.)



Análisis de los problemas 8, 9, 10, 11 y 12

Se está en condiciones de presentar el procedimiento de sumar o restar fracciones tratando de preservar su sentido. Es decir, cuidando de explicitar que las fracciones que intervienen en el cálculo se transforman en fracciones equivalentes.

El maestro podrá presentar:

Un procedimiento para sumar o restar fracciones de distinto denominador

Después de resolver los problemas anteriores, seguramente ya estés familiarizado con la suma y la resta de fracciones de distinto denominador y buscar fracciones equivalentes no te resulte muy complicado. Pero... ¿qué ocurriría si tuvieras que enfrentar esta suma?

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} =$$

Ya sabés que para poder sumarlas tenés que encontrar fracciones equivalentes a cada una de las fracciones de la suma, que tengan el mismo denominador. Para ello, tendrás que buscar un múltiplo de 18 y de 15. Por ejemplo, si hallás el **mcm** de 18 y 15 obtenés 90. Por tanto, ya estás seguro de que el denominador de tus nuevas fracciones equivalentes puede ser 90.

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} =$$

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} = \frac{}{90} + \frac{}{90} = \frac{}{90}$$

¿Por cuánto se tiene que multiplicar 18 para llegar a 90? Se puede saber haciendo 90 : 18. Entonces, para "convertir" 18 en 90, hay que hacer 18 x 5 = 90.

Y, para "convertir" 15 en 90, puede hallarse haciendo 90 : 15 = 6 , entonces 15 x 6 = 90.

En consecuencia, para que las fracciones sigan siendo equivalentes, tendrás que multiplicar los numeradores por el mismo número que multiplicaste los denominadores.

Ahora la cuenta estaría quedando así:

X 5 X 6

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} = \frac{35}{90} + \frac{24}{90} = \frac{59}{90}$$

X 5 X 6

En definitiva, para sumar o restar fracciones de distinto denominador, te conviene buscar un múltiplo de los denominadores de las fracciones dadas.

G.C.B.A.

Segunda parte: números decimales

Actividad 1

Repartiendo dinero

7 Se recomienda ver la actividad de números con coma en el contexto de dinero que se encuentra en *Matemática. Fracciones y números decimales. 4º grado, Apuntes para la enseñanza.*

En esta actividad se apela al contexto del dinero para que los alumnos revisen relaciones entre fracciones y decimales, expresiones decimales y división por 10, 100, 1.000, etc. Se intenta que, teniendo ese contexto como referencia, puedan "recortar" una serie de cálculos "pelados" que permiten profundizar la comprensión de la notación decimal.[7]

Repartiendo dinero
Problemas

1) Resolvé:

a) Si se reparte $1 entre 10 chicos, ¿cuánto le toca a cada uno?

b) ¿Cómo se escribe en pesos lo que le toca a cada chico?

c) ¿Cómo se escribe en pesos lo que le toca a cada chico, si se usan fracciones?

d) Si se hace el cálculo 1 : 10 en la calculadora, ¿qué resultado aparecerá? (Anotalo antes de hacerlo, después verificalo en la calculadora.)

2) Resolvé:

Si se quiere repartir $2 entre 10 chicos, ¿con qué cálculo se puede expresar ese reparto? ¿Cuánto le toca a cada uno? Expresá el resultado usando fracciones y números con coma.

Si se quiere repartir $5 entre 10 chicos, ¿cuánto le corresponde a cada uno? ¿Con qué cuenta se puede expresar ese reparto? Expresá el resultado usando fracciones y números con coma.

Y si ahora se quiere repartir $8 entre 10 chicos, ¿con qué cuenta se puede expresar ese reparto? ¿Cuánto le toca a cada uno? Expresá el resultado usando fracciones y números con coma.

3) Resuelvan las siguientes cuentas. Escriban el resultado con fracciones y con números con coma.

1 : 10 = 4 : 10 = 7 : 10 =

2 : 10 = 5 : 10 = 8 : 10 =

4) De cada una de las divisiones que realizaste en la actividad anterior se puede deducir el resultado de una multiplicación por 10. Por ejemplo, como 2 : 10 = 0,2, se deduce que 0,2 x 10 = 2. Escribí algunas de las multiplicaciones (y sus resultados) que surgen de las divisiones.

5) Resolvé.

a) Completá la siguiente tabla y explicá cómo obtenés cada uno de los resultados:

	12	25	33	46	55	56	57	80	89	90	100	102	105	107	110	112
: 10																

b) Explicá en qué casos al dividir un número de dos cifras por 10 da un número natural y en qué casos da un número con coma. Proponé tres ejemplos de números de dos cifras que, al ser divididos por 10, den como resultado un número natural, y tres ejemplos de números de dos cifras que, al ser divididos por 10, den como resultado un número con coma.

c) Explicá en qué casos al dividir un número de tres cifras por 10 da un número natural y en qué casos da un número con coma. Proponé tres ejemplos de números de tres cifras que al ser divididos por 10, den como resultado un número con coma, y tres ejemplos de números de tres cifras que al ser divididos por 10, den como resultado un número natural.

d) Si se lee la tabla anterior desde la fila de abajo hacia la de arriba, surgen resultados a partir de multiplicar números por 10. Por ejemplo, 1,2 x 10 = 12. Anotá todas las multiplicaciones por 10 que surgen de la tabla anterior.

6) Resolvé:

a) ¿Qué sucede si se reparten 10 centavos entre 10 chicos? ¿Cómo podría anotarse en pesos la parte que le corresponde a cada uno?

b) ¿Y si se reparte $1 entre 100 chicos?

7) De la misma manera como hicimos para la división de 1:10, apoyados en lo que sabemos del dinero, podemos establecer:

$1 : 100 = 0{,}01$

$0{,}1 : 10 = 0{,}01$

$0{,}01 \times 10 = 0{,}1$

$0{,}01 \times 100 = 1$

$0{,}01 = \frac{1}{100}$

Explicá cada una de las relaciones del cuadro anterior usando como referencia lo que sabés sobre el dinero.

Análisis de los problemas 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7

A través del problema 1 se pueden establecer las siguientes relaciones:

- Retomando la definición de fracción, al repartir $1 entre 10 chicos, a cada chico le corresponde $\frac{1}{10}$ del peso pues 10 de $\frac{1}{10}$ da nuevamente 1.
- Repartir $1 entre 10 chicos se corresponde con la "cuenta" 1:10. Esto da como resultado un décimo de peso. Al hacer la cuenta en la calculadora, obtenemos 0,1, lo cual nos permite interpretar que 0,1 es lo mismo que un décimo. También podemos saber que 0,1 x 10 es 1, así como 10 veces $\frac{1}{10}$, o sea, $\frac{1}{10}$ x 10 también es 1. *Sería conveniente indicar, para evitar malos entendidos, que el punto en la calculadora representa la coma decimal.*

En los problemas 2 y 3, por ejemplo, para 2 : 10 = 0,2 ó $\frac{2}{10}$, es necesario detenerse a reflexionar que se trata de dos veces 1: 10. Lo mismo, para 0,2 x 10, pues se trata de dos veces 0,1 x 10, etcétera.

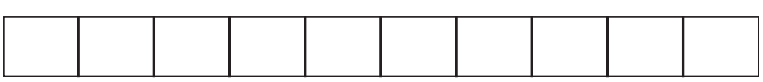
Una vez discutidos los resultados de la tabla del problema 3, sería interesante analizar la división por 10 para números de dos cifras. Por ejemplo, 15 dividido 10 puede pensarse como 10 : 10 + 5 : 10, o sea, que el resultado es 1,5. El docente podrá apelar al contexto del dinero pero será necesario que pueda identificar los resultados de los cálculos independizándolos de dicho contexto.

A propósito del problema 4, se podrán retomar las explicaciones elaboradas por los alumnos.

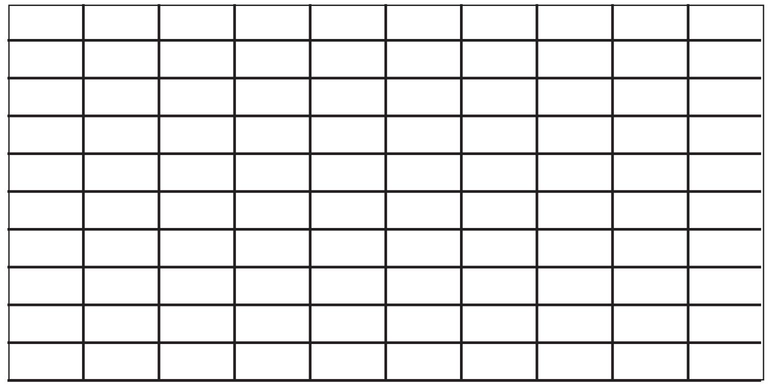
El docente podrá recurrir a representaciones gráficas para explicar la equivalencia entre 1: 10 y 10 : 100, representando 1 unidad dividida en 10 partes iguales y 10 unidades divididas cada una en 10 partes iguales.

Se podrá trabajar en la clase del siguiente modo:

A continuación se representa 1 unidad dividida en décimos:



El siguiente gráfico representa 10 unidades, cada una dividida en 10 décimos. La representación "muestra" entonces 100 décimos. Se puede analizar por consiguiente que al dividir 10 unidades en 100 se obtiene 1 décimo, o sea, la misma cantidad que se obtiene al dividir 1 en 10:



Si se considera ahora como unidad a todas las filas juntas, el mismo gráfico podría aprovecharse para analizar que 1 décimo dividido 10 es 1 centésimo. Esto puede relacionarse con lo analizado en el contexto del dinero: al dividir 10 centavos entre 10 se obtiene 1 centavo, dado que 10 centavos es 1 décimo de peso.

A partir de estos análisis es posible considerar la equivalencia entre una fracción con denominador 10, 100, 1.000, 10.000, etcétera y la que resulta de agregar uno o más ceros al numerador y al denominador de dicha fracción. Por ejemplo,

$$\frac{7}{10} = \frac{7}{100} = \frac{700}{1.000}$$

Un modo de pensar la relación anterior es el siguiente: si cada décimo se parte en 10, se obtienen centésimos. Por cada décimo se obtendrán 10 centésimos, por tanto, los 7 décimos equivaldrán a 70 centésimos.

Se espera llegar a relaciones del tipo:

- La primera posición después de la coma es la de los décimos, la segunda la de los centésimos, etc.
- Establecer relaciones del tipo 10 de $\frac{1}{100}$ es $\frac{1}{10}$, o bien, 10 centésimos es un décimo, etcétera.
- 10 de $\frac{1}{100}$ es $\frac{1}{10}$, porque, si los centésimos se agrupan de a 10, se necesitarán 10 de los grupos para armar 1.
- Al multiplicar por 10 los décimos se obtiene un entero. Al multiplicar por 10 los centésimos se obtiene un décimo.

Escribir las relaciones que surgieron, por ejemplo:

$\frac{1}{10} = 0,1$	$0,1 \times 10 = 1$	$0,1 : 10 = 0,01$
$\frac{1}{100} = 0,01$	$\frac{1}{10} \times 10 = 1$	$0,01 \times 10 = 0,1$
$\frac{1}{1.000} = 0,001$	$1:100 = 0,01$	$0,01 \times 100 = 1$
$1:10 = 0,1$		

La división por 10, 100, 1.000 y los números decimales

Actividad 2

Con esta actividad se trabajarán las regularidades cuando se multiplica y divide por 10, 100, 1.000, etc. Se analizarán las relaciones entre el valor posicional de los números decimales y la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros.

La división por 10, 100, 1.000 y los números decimales

Problemas

1) Completá la siguiente tabla. Explicá cómo pensaste y procediste para completarla.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	36
: 100																

2) Resolvé:

a) Completá la siguiente tabla que relaciona una serie de números con los resultados que se obtienen al dividir dichos números por 100:

					13			25	40	55	60	79				
: 100	0,01	1	0,1	2		0,15	1,5						0,04	0,25	0,47	3,5

b) Escribí el resultado de los siguientes cálculos y explicá cómo los pensaste.

345 : 100 =

128 : 100 =

126 : 10 =

347 : 10 =

204 : 100 =

1.000 : 100 =

276 : 100 =

3) Completá la siguiente tabla que relaciona una serie de números con los resultados al dividir a cada uno de ellos por 10. Explicá cómo pensaste el cálculo correspondiente.

	1	8	10	18	0,1	0,4	0,5	1,5	2,3	18,3	14,5	3,8						
: 10													3	0,2	0,7	0,01	0,05	0,17

4) Resolvé:

a) Marcos y Marcelo tienen que repartir \$ 12 entre 10 chicos. Para saber cuánto le toca a cada uno, hacen el cálculo 12 : 10.

Para resolverlo pensaron de la siguiente manera:

$$12 : 10 = \underbrace{10 : 10}_{1} + \underbrace{2 : 10}_{0{,}2}$$

$$= 1 + 0{,}2$$

El resultado de 12 : 10 = 1,2.

Realicen los siguientes cálculos utilizando el mismo procedimiento:

36 : 10 =

45 : 10 =

508 : 10 =

580 : 10 =

605 : 10 =

610 : 10 =

1.600 : 10 =

1.610 : 10 =

b) Laura es compañera de grado de Marcos y Marcelo. Como no entendía la explicación de Marcos y Marcelo para hacer 12 : 10, buscó otra manera de explicarlo y lo escribió así:

12 : 10 = 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 + 1: 10 = 12 x 0,1.

Sabemos que el procedimiento es correcto. ¿Cómo podrían explicarlo?

G.C.B.A.

c) Pero entonces Laura se dio cuenta de que hacer 12 dividido 10 es lo mismo que multiplicar 12 por 0,1. En ese momento se preguntó si eso "valdría siempre". Es decir, ella se preguntó si es cierto que dividir por 10 es siempre lo mismo que multiplicar por 0,1. Para ello exploró con diferentes cálculos de dividir por 10 y los analizó de la misma manera que el cálculo anterior. ¿Cuál será la conclusión de Laura?

5) Analizá las siguientes relaciones:

1: 10 es $\frac{1}{10}$

$\frac{1}{10}$ se escribe también 0,1

1: 100 es $\frac{1}{100}$

$\frac{1}{100}$ se escribe también 0,01

1 : 1.000 es $\frac{1}{1.000}$

$\frac{1}{1.000}$ se escribe también 0,001

1: 10.000 es $\frac{1}{10.000}$

$\frac{1}{10.000}$ se escribe también 0,0001

etcétera.

Apoyándote en estas relaciones y en lo que sabés de fracciones y de números con coma, pensá los siguientes cálculos:

0,1 : 10 =

0,1 : 100 =

0,1 : 1.000 =

0,01 : 10 =

0,01 : 100 =

0,001 x 10 =

0,001 x 100 =

0,001 x 1.000 =

0,01 x 10 =

0,01 x 100 =

0,01 x 1.000 =

Análisis de los problemas 1, 2, 3, 4, y 5

Al abordar el anéalisis del problema 1 sería interesante que se explicite que la relación 1 : 100 = 0,01 ó $\frac{1}{100}$ debe servir como punto de apoyo para las cuentas propuestas. Por ejemplo,

2 : 100, es dos veces 1 : 100;

12 : 100, podrá establecerse a partir de 10 : 100 y 2 : 100;

20 : 100, a partir de hacer 2 veces 10 : 100.

Se podrá también analizar que $\frac{20}{100}$ ó 0,20 equivale a un quinto. Y, efectivamente, el doble de $\frac{1}{10}$ es $\frac{1}{5}$.

Para 50 : 100, será interesante también analizar por qué corresponde a $\frac{1}{2}$.

¿Cómo pensar el resultado de 36 : 100?

$$36 : 100 = \underset{\downarrow\; 0{,}3}{30 : 100} + \underset{\downarrow\; 0{,}06}{6 : 100} \qquad = 0{,}36$$

En las discusiones colectivas es interesante que el docente vaya señalando los diferentes recursos que se utilizan para pensar cada uno de los cálculos: apelar al contexto del dinero, usar las representaciones gráficas, descomponer un número en sumas de otros cuyos resultados se conocen, pensar en el concepto de fracción, etcétera.

Una actividad que puede proponer es que los alumnos planteen divisiones por 100 (anoten en otra hoja los resultados) e intercambien los cálculos propuestos con sus compañeros.

También será interesante discutir con los alumnos que un número de dos cifras dividido 100 siempre da un número con coma, y analizar en qué casos un número de tres cifras dividido 100 da natural y en qué casos da un número con coma.

En los problemas 2 y 3 se busca reutilizar las relaciones establecidas sobre nuevas tablas. Tal vez haya que aclarar que en la tabla del problema 2 a) a veces es necesario completar el renglón de arriba y a veces, el de abajo, manteniendo siempre la misma relación: cualquier número del primer renglón dividido 100 debe dar el correspondiente del segundo renglón.

En el problema 4 b) se está apelando a una relación ya trabajada, por ejemplo, para calcular 2 : 10 a partir de pensarlo como 2 veces 1: 10 ó 2 x 0,1.

Sin embargo, la parte c) avanza sobre una nueva relación que aún no ha sido explorada: la equivalencia entre dividir por 10 y multiplicar por 0,1. La idea es que un número n dividido 10 puede pensarse como n veces 1 dividido 10, o sea, n veces 0,1.

Al mismo tiempo, la propuesta "empuja" hacia la generalización: ¿qué argumentos dar para establecer si una cierta relación vale o no "siempre"?

De manera transversal se comunica que parte del trabajo matemático tiene que ver con delimitar el alcance de las propiedades que se estudian.

Las relaciones elaboradas hasta el momento permiten también establecer que

- multiplicar por 0,5 es hacer la mitad;
- multiplicar por 0,1 es hacer la décima parte.

El problema 5 extiende estas construcciones a decimales con tres o más lugares después de la coma.

G.C.B.A.

Análisis de las escrituras decimales

3 Actividad

Se trata de explicitar el valor de cada posición en las expresiones decimales y de la relación entre posiciones contiguas.

Se trabajará, además, la relación entre números decimales y fracciones decimales.

PROBLEMAS

1) Buscá una manera rápida de saber el resultado de los siguientes cálculos y explicala:

4 + 0,3 + 0,07 + 0,001 =

17 + 0,03 + 0,8 =

0,006 + 0,1 + 214 + 0,05 =

200 + 90 + 7 + 0,9 + 0,02 + 0,005 =

2) ¿A qué número decimal corresponden las siguientes fracciones?:

$\frac{1}{10}$ =

$\frac{5}{10}$ =

$\frac{15}{10}$ =

$\frac{2}{100}$ =

$\frac{75}{100}$ =

$\frac{105}{100}$ =

$\frac{8}{1.000}$ =

$\frac{18}{1.000}$ =

$\frac{218}{1.000}$ =

$\frac{1500}{1.000}$ =

3) Anotá una fracción equivalente a cada uno de estos números:

0,09 =

0,004 =

0,8 =

0,0002 =

4) Anotá el resultado de estos cálculos en forma decimal:

$2 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100} =$

$13 + \frac{4}{10} + \frac{7}{1.000} =$

$8 + \frac{4}{100} + \frac{6}{10} + \frac{1}{1.000} =$

$273 + \frac{9}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1.000} =$

Proponé otros similares e intercambialos con un compañero.

5) Descomponé los siguientes números como suma de fracciones con denominador 10, 100, 1.000, etc., y numerador de una cifra.

4,508 =

34,005 =

2,507 =

3,1035 =

6) Escribí un número formado por:

a) 4 décimos, 3 milésimos, 5 centésimos;

b) 4 enteros, 8 décimos, 1 milésimo;

c) 1 entero, 1 milésimo;

d) 8 décimos, 4 milésimos;

e) 2 décimos, 4 centésimos, 2 milésimos.

7) Escribí qué número decimal se forma en cada caso:

a) $\frac{1}{10} + \frac{3}{1.000} =$

b) $2 + \frac{1}{100} + \frac{3}{1.000} =$

c) $2 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} =$

d) $\frac{4}{10} + \frac{3}{100} =$

e) $\frac{28}{10} + \frac{14}{100} =$

8) ¿Qué número decimal se forma a partir de cada uno de los siguientes cálculos?

$3 + \frac{15}{10} + \frac{8}{100} =$

$2 + \frac{7}{10} + \frac{38}{100} + 1\ \frac{12}{1.000} =$

328 + 0,1 + 0,35 + 0,016 =

$147 + 0,3 + \frac{56}{100} + 0,019 =$

$44 + 0,2 + \frac{4}{100} + \frac{18}{10.000} =$

9) Escribí un número formado por:

12 décimos, 24 centésimos;

34 centésimos, 12 décimos, 25 milésimos;

35 centésimos, 35 milésimos.

G.C.B.A.

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Y 9

Antes de comenzar con esta actividad, el docente podrá hacer con el conjunto de la clase una síntesis de los conocimientos trabajados hasta el momento subrayando que los números decimales suponen una extensión del sistema de numeración para números naturales: la primera posición después de la coma representa los décimos; la segunda, los centésimos, etc. También será importante reconocer las relaciones de valor entre posiciones contiguas:

10 veces 0,1 es 1;
10 veces 0,01 es 0,1;
10 veces 0,001 es 0,01; etcétera.

Señalamos un modo de hacerlo, por supuesto, no pretende ser el único:

"A esta altura de tu estudio ya estás en condiciones de entender que los números decimales forman un sistema en el que la primera posición después de la coma representa los décimos; la segunda, los centésimos; la tercera, los milésimos; la cuarta, los diezmilésimos; etcétera.

$$0{,}1 = \frac{1}{10}$$
$$0{,}5 = \frac{5}{10}$$
$$0{,}01 = \frac{1}{100}$$
$$0{,}51 = \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$$
$$3{,}51 = 3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$$
$$23{,}51 = 2 \times 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$$
$$523{,}51 = 5 \times 100 + 2 \times 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$$

"También estamos en condiciones de 'pasar' de una fracción con denominador 10 ó 100 ó 1.000 a un número decimal. Veamos algunos ejemplos:

$$\frac{75}{10} = \frac{70}{10} + \frac{5}{10} = 7 + 0{,}5 = 7{,}5$$

$$\frac{75}{100} = \frac{70}{100} + \frac{5}{100} = \frac{7}{10} + \frac{5}{100} = 0{,}7 + 0{,}05 = 0{,}75\text{"}$$

Será necesario comentar que si bien decena y décimo "suenan parecido" como también centena y centésimo, ocurre que 10 veces una decena es una centena pero, en cambio, diez veces un centésimo es un décimo.

A partir del problema 1, después de analizar las diversas estrategias que surjan en la clase, se podrá señalar el significado de cada posición en las escrituras decimales: en un "ida y vuelta" entre la posición de cada cifra en los resultados y cada número de la suma. El docente puede pedir que los alumnos propongan cálculos similares y los intercambien con un compañero para que los resuelva.

El problema 3 permite analizar que hay diferentes fracciones para la misma escritura. Por ejemplo, 0,09 se puede anotar como $\frac{9}{100}$ ó $\frac{90}{1.000}$; etc.

G.C.B.A.

Si aparecieran diferentes escrituras propuestas, será interesante detenerse a analizar su equivalencia. Si no aparecieran, el docente podrá plantearlas para someterlas a la discusión del grupo.

El problema 6 será una oportunidad de discutir la necesidad del cero para indicar la ausencia de unidades correspondientes a un cierto valor posicional. Se puede analizar que el criterio de organización de los números decimales es una extensión del sistema decimal para anotar los números naturales.

El problema 7 apunta a componer números decimales a partir de fracciones decimales, tengan o no éstas numerador de una cifra. Por ejemplo, la parte e) requiere "ver" $\frac{28}{10}$ como $\frac{20}{10} + \frac{8}{10}$, o sea, como 2 + 0,8 = 2,8; y $\frac{14}{100}$ como $\frac{10}{100} + \frac{4}{100}$, o sea, 0,1 + 0,04 = 0,14. En total, el número decimal es 2,94.

Los problemas 8 y 9 requieren pensar la escritura de números decimales cuando se los nombra en términos de un cierto valor posicional (décimos, centésimos, etc.) utilizando un número de más de una cifra. Esto exigirá establecer ciertas relaciones entre las diferentes posiciones.

Por ejemplo:

12 décimos, 24 centésimos puede pensarse como:
10 décimos + 2 décimos + 20 centésimos + 4 centésimos;
lo cual equivale a
1 + 2 décimos + 2 décimos + 4 centésimos = 1,44.

Actividad 4 Retomando las relaciones entre la división por 10, 100 y 1.000 y los números decimales

Con esta actividad se busca formular reglas a partir del análisis de un tramo del trabajo realizado; esto permite ubicar las relaciones establecidas en una organización más general. De este modo, se contribuye a la formulación de un sujeto teórico.

Retomando las relaciones entre la división por 10, 100 y 1.000 y los números decimales

Problemas

1) Revisen los ejercicios de división y de multiplicación por 10, 100, 1.000 realizados hasta el momento.

- **a)** Escriban una regla para dividir cualquier número natural por 10, 100, 1.000, etcétera.
- **b)** Escriban una regla para multiplicar cualquier número natural por 10, 100, 1.000, etcétera.

2) Otras reglas.

- **a)** Escriban una regla para dividir cualquier número decimal por 10, 100, 1.000, etcétera.
- **b)** Escriban una regla para multiplicar cualquier número decimal por 10, 100, 1.000, etcétera.

3) Con o sin coma.

- **a)** En los cálculos de dividir un número natural por 10, 100, 1.000 que hicieron, a veces el resultado da un número con coma y otras veces da un número sin coma. ¿Es posible anticipar, mirando el número, si al dividir por 10, por 100 o por 1.000, el resultado dará un número con o sin coma?

b) Utilicen la regla que pensaron en el ejercicio anterior para decidir cuáles de las siguientes divisiones darán por resultado un número con coma. Comprueben con la calculadora.

321 : 10 =	170 : 100 =
305 : 100 =	17 : 10 =
408 : 100 =	300 : 10 =
210 : 10 =	308 : 100 =
50 : 100 =	478 : 10 =

4) En cada uno de los siguientes casos, luego de dividir por 10, se obtuvieron los siguientes resultados:

: 10

	2,3
	34,5
	121,9
	0,12
	4,05

Averigüen, para cada caso, cuál era el número que se dividió por 10.

Análisis de los problemas 1, 2, 3, y 4

En estos problemas se está realizando "una vuelta" a las producciones de los alumnos y una reflexión *a posteriori*.

Los enunciados elaborados por ellos se retomarán apuntando a que se expliciten las razones por las cuales pueden garantizar que las reglas propuestas funcionan. Así, por ejemplo, para la división de un natural por 10, se espera que quede claro que las unidades se convierten en décimos apoyándose en lo que saben respecto de la división de números de una cifra por 10 (1 : 10; 2 : 10; etc.). Del mismo modo, las decenas se convierten en unidades, etc. Algo análogo se espera para los divisores 100, 1.000, etcétera.

En el problema 2 nuevamente se pone a los alumnos en un rol de productores de reglas. Se podrá proponer como punto de apoyo que recuerden qué sucede cuando se hacen las siguientes divisiones:

0,1 : 10 =
0,01 : 10 =
0,001 : 10 =
0,1 : 100 =
etcétera.

En la búsqueda de justificación de la regla sería conveniente alentar a los alumnos para que los alumnos vuelvan sobre las reglas de formación de las escrituras decimales: 10 de un orden equivalen a uno del orden inmediato superior o, lo que es lo mismo, uno de un orden es la décima parte de uno del orden inmediato superior, esto es, 10 x 0,01 = 0,1; de aquí se sabe que 0,1: 10 = 0,01. Se analizará entonces cómo se pueden aplicar las relaciones anteriores a otras divisiones. Veamos algunos ejemplos:

a) 0,2 : 10 da como resultado 0,02 porque es dos veces 0,1 : 10;

b) 1,42 : 10, puede pensarse como:

$$(1 + 0{,}4 + 0{,}02) : 10 = 1 : 10 + 0{,}4 : 10 + 0{,}02 : 10$$

$$\underbrace{0{,}1 \qquad 0{,}04 \qquad 0{,}002}_{0{,}142}$$

En el problema 3 se espera que los alumnos anticipen y justifiquen las condiciones bajo las cuales el resultado de dividir un número natural por una potencia de 10 da un número natural.

Los alumnos deberán revisar los casos estudiados y producir a partir de ese análisis una conclusión general. Este es el trabajo matemático.

Actividad 5 Orden de los números decimales

ORDEN DE LOS NÚMEROS DECIMALES

PROBLEMAS

1) Juego de la guerra de personajes. (El docente entrega a los alumnos las cartas impresas como anexo, adjunto a esta publicación.)

INSTRUCCIONES:

Se juega de a dos. Se reparten 12 cartas para cada jugador. Cada uno apila sus cartas sin mirarlas. En cada vuelta, cada jugador toma la carta superior de su pila y la mira sin mostrarla al adversario.

Comienza el jugador que no repartió, elige una característica, la que considere mejor de su carta y "canta", por ejemplo: "Peso, 118,300 kg" y, a continuación, el otro jugador canta el peso correspondiente a su carta. El que tiene la carta con la medida mayor para la magnitud elegida gana. Por ejemplo, si el peso en la primera carta del adversario hubiera sido "87,5 kg", gana el primero y se lleva ambas cartas. El jugador que se lleva las cartas es quien elige la característica que competirá para la siguiente carta.

En caso de producirse un empate, es decir, que las medidas para la magnitud elegida sean equivalentes, se declara guerra y se procede así: al constatar el empate, hay que decir "canto guerra pri". El primero que lo dice tiene derecho a elegir la característica que competirá. Se colocan sobre la mesa las cartas que empataron; sobre ellas, otra carta (la siguiente de la pila) boca abajo y se da vuelta una tercera (sin mostrarla todavía al adversario) que será la que competirá para desempatar. El jugador que cantó "canto guerra pri" elige una característica y se comparan las medidas correspondientes. El ganador de este turno se llevará entonces 6 cartas en lugar de 2.

Y así continúa el juego hasta que algún jugador se queda con todas las cartas. Ese es el jugador que gana.

2) Problemas a partir del "Juego de la guerra de personajes".

a) Cuando Camila y Juan jugaron con estas cartas hubo grandes discusiones:

CAMILA: "Peso 87,5 kg"

JUAN: "Peso 87,50 kg"

CAMILA: "Canto guerra pri"

JUAN: "¡Qué guerra ni guerra! ¡Gané yo, nena! Tengo 87 con 50, y vos, 87 con 5"

¿Qué opinás? ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

¿A cuántos gramos equivalen 87,50 kg? ¿Y 87,5 kg? (Recordá que 1 kg = 1.000 g)

b) Durante algunas vueltas, el juego se mantuvo tranquilo. Hasta que de pronto...

JUAN: "Peso 34,6 kg"

CAMILA: "Peso 34,57 kg"

JUAN: "Gané"

CAMILA: "No, gané yo"

¿Quién te parece que ganó? ¿Por qué?

¿A cuántos gramos equivalen 34,6 kg? ¿Y 34,57?

c) Finalmente, Camila y Juan se pusieron de acuerdo. Pero surgió una jugada en la que ambos quedaron desconcertados.

CAMILA: "Altura 2,25 m"

JUAN: "Altura $2\frac{1}{4}$ m"

¿Qué te parece? ¿Quién habrá ganado en esa vuelta? ¿Por qué?

d) A esta altura del partido, Camila y Juan estaban convencidos de que para jugar a esta "guerra de personajes" había que saber bastante de decimales. Siguieron jugando hasta que apareció un nuevo motivo de desacuerdo:

JUAN: "Largo de nariz 6,3 cm"

CAMILA: " $\frac{63}{10}$ cm"

JUAN: "Canto guerra pri"

¿Es correcto cantar "guerra pri"? ¿Por qué?

e) En otra vuelta, ambos pensaron que habían ganado.

CAMILA: "Largo de nariz $\frac{1}{2}$ cm"

JUAN: "1,2 cm"

CAMILA: "Gané"

JUAN: "No, gané yo"

¿Quién pensás que ganó? ¿Por qué?

3) A partir del juego anterior habrás podido conocer algunos criterios para comparar decimales que probablemente "chocan" con lo que en un primer momento pudiste haber pensado. Por ejemplo, aunque 6 es menor que 57, 34,6 es mayor que 34,57.

a) Explicá qué criterios para comparar números decimales surgen del juego anterior.

b) En algunos casos, te sugerimos cambiar de unidad; por ejemplo, pasar a gramos. ¿Por qué eso resultaría útil? ¿Siempre es útil?

4) Para cada uno de los pares de números que aparecen en la siguiente tabla:

Si pensás que son diferentes, marcá el mayor.

Si pensás que son iguales, marcá los dos.

En la segunda columna, explicá cómo pensaste las comparaciones para decidir tu respuesta.

		Explicaciones
3,12	5,2	
2,4	2,8	
12,3	12,26	
13,01	12,99	
2,4	2,08	
5,3	5,20	

5) Compará los siguientes pares de números:

a) 4,15 12,7

b) 5,25 5,8

c) 4,75 4,750

d) 2,015 2,12

e) 4,35 4,8

6) Ordená de menor a mayor:

7,4; 8,3; 7,12; 8,08; 7,04; 8,15; 8,009; 8,013

G.C.B.A.

Análisis de los problemas 1, 2, 3, 4, 5 y 6

"La guerra de personajes" se trata de un juego de 24 cartas de personajes extraños que los alumnos deberán recortar. (Las cartas figuran en un anexo, adjunto a esta publicación.) Las cartas contienen datos acerca de algunas medidas de dichos personajes: peso, altura y largo de nariz. La actividad se propone como un contexto en el que los alumnos podrán comenzar a establecer reglas de comparación entre números decimales.

Después de que los alumnos jueguen será interesante retomar con el conjunto de la clase cuestiones que se hayan podido observar en algunos grupos; por ejemplo, discusiones ante medidas equivalentes.

En el momento de jugar comienzan a ponerse en juego relaciones de orden entre números decimales. Estas relaciones se profundizarán en el trabajo colectivo de discusión.

En el problema 2 se apunta más específicamente a establecer criterios de comparación de números decimales a partir del análisis de algunas jugadas.

Por ejemplo:

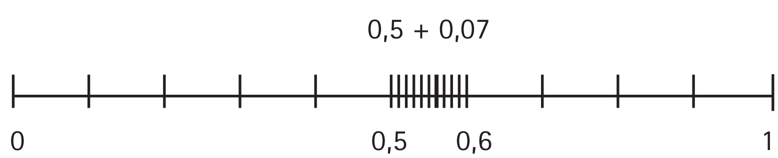
Para comparar 0,5 y 0,50 se puede proponer el siguiente análisis:

$0{,}5 = \frac{5}{10}$, y $0{,}50 = \frac{50}{100}$

Si cada décimo se divide en 10 partes se obtienen centésimos. En un décimo hay diez centésimos. En cinco décimos hay cincuenta centésimos. Por lo tanto, $\frac{5}{10}$ y $\frac{50}{100}$ son equivalentes.

- Además se podría establecer que 5 de $\frac{1}{10}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$.
- 0,6 es mayor que 0,57 porque 0,6 es $\frac{6}{10}$; o también, $\frac{60}{100}$; y 0,57 es $\frac{57}{100}$.

Esto también se puede representar en la recta:



- En el caso de 2,25 y $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{4}$ es 2 enteros más $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$, que se puede pensar como 1 dividido 4 y, volviendo al contexto del dinero, eso es 0,25; con lo cual $2\frac{1}{4}$ es 2 + 0,25 = 2,25.

En el transcurso de este trabajo será interesante volver sobre una vieja ley que utilizan los niños para comparar números naturales: "El que manda es el de adelante". Los niños de primer ciclo, cuando quieren comparar números de la misma cantidad de cifras, "saben" que es suficiente comparar las primeras cifras. Para el caso de decimales con igual parte entera, "el que manda es el número que está en el primer lugar después de la coma"; si las cifras que están en esa posición fueran iguales, "manda" la posición de los centésimos, etcétera.

Luego del juego, se propone una actividad para que los alumnos identifiquen reglas que pudieron haber surgido en el juego y acerca de las cuales no necesariamente todos han tomado conciencia. La formulación de las reglas supone un nivel de conceptualización más profundo que su puesta en juego más o menos implícita.

Este trabajo se puede discutir colectivamente y registrar en algún lugar público de la clase, como puede ser una cartelera de matemática.

Una vez explicitadas las diferentes comparaciones, se podrá realizar una actividad de síntesis en la que los alumnos elaboren por grupos todas las "leyes" que utilizaron para comparar números decimales. Habrá que revisarlas y someter a discusión colectiva aquellas que por algún motivo el docente considere interesante. Por último, los alumnos podrán revisar sus versiones a la luz de lo producido en la instancia colectiva.

Cálculo mental

Actividad 6

Estas son actividades de cálculo mental a propósito de sumas y restas de números decimales.

Se espera que, a través del trabajo con cálculo mental, los alumnos pongan en funcionamiento relaciones que están en juego en la notación de los números decimales.

CÁLCULO MENTAL
PROBLEMAS

1) Acordándonos de lo trabajado con el dinero, se sabe que 0,25 + 0,75 =1. ¿Podés armar otras sumas con números decimales que den por resultado 1?

2) En cada caso completá con lo que le falta a cada número para llegar a 1:

0,84

0,15

0,23

0,95

0,64

0,125

0,005

0,075

3) Agrupá de la manera más conveniente para una resolución rápida de los siguientes cálculos:

3,25 + 7,50 + 4,25 =

1,75 + 3,5 + 2,5 + 1,25 =

9,25 + 1,75 + 2,25 + 1,50 =

4,75 - 1,25 =

7 - 2,75 =

6,50 - 1,75 =

4) Calculá mentalmente:

3 + 0,2 + 0,03 =

8 + 0,05 + 0,004 =

12 - 0,5 =

8 + 3,4 + 0,7 =

$7 + \frac{2}{10} + \frac{5}{10} =$

$15 + \frac{6}{10} + \frac{8}{100} =$

$4 + \frac{6}{10} + \frac{5}{10} =$

0,3 + 0,03 + 0,003 =

21 - 0,6 =

32 - 1,6 =

G.C.B.A.

Análisis de los problemas 1, 2, 3, y 4

A partir de esta actividad de cálculo mental se espera que los alumnos tengan disponibles algunas sumas "fáciles" que den 1.

Es posible que aparezcan sumas del estilo:

0,50 + 0,50
0,90 + 0,10
0,15 + 0,85
etcétera.

El problema 2 obliga a tener en cuenta números decimales con más cifras, pues suponemos que en un primer momento los chicos, apoyándose en el contexto del dinero, trabajarán con dos cifras decimales. Igualmente una variable didáctica que el docente puede poner en juego es proponer cuentas con más cifras decimales.

A partir del problema 3 se tratará de que utilicen las relaciones establecidas a propósito del problema 1 para facilitar de esta manera los cálculos.

En el problema 4 se pone en juego el valor posicional en la escritura decimal.

Actividad 7 Sumas y restas de números decimales

Con esta actividad se busca introducir el algoritmo para sumar y restar números decimales.

Como siempre, se pretende que la introducción del algoritmo esté apoyada en las relaciones que los alumnos fueron estableciendo a lo largo de un período más o menos prolongado. De este modo, estas actividades servirán como reinversión de las relaciones establecidas a propósito de las secuencias anteriores.

SUMAS Y RESTAS DE **NÚMEROS DECIMALES**

Problemas

1) Cálculo mental.

a) Agregá 0,1 a cada uno de los siguientes números: 3,27; 11,9; 4,59

b) Agregá 0,5 a cada uno de los siguientes números: 1,27; 2,75; 0,81

c) Agregá 0,01 a cada uno de los siguientes números: 2,5; 1,24; 3,49

d) Agregá 0,05 a cada uno de los siguientes números: 2,41; 3,85; 3,95

e) Agregá 0,001 a cada uno de los siguientes números: 2,009; 3,5; 1,999

f) Agregá 0,005 a cada uno de los siguientes números: 1,705; 3,199; 0,125

g) Agregá 5,1 a cada uno de los siguientes números: 3,2; 3,215; 6,92

h) Agregá 1,5 a cada uno de los siguientes números: 1,2; 1,9; 3,82

2) Cálculo mental.

a) Restá 0,1 a cada uno de los siguientes números: 3,5; 1,75; 7,05

b) Restá 0,01 a cada uno de los siguientes números: 1,25; 3,2; 2,99

c) Restá 0,001 a cada uno de los siguientes números: 2,158; 3,25; 2,09

d) Restá 0,5 a cada uno de los siguientes números: 4,8; 3,25; 124,05SySAS

G.C.B.A.

e) Restá 0,05 a cada uno de los siguientes números: 3,15; 3,9; 2,11

f) Restá 0,005 a cada uno de los siguientes números: 3,865; 2,35; 3,071

g) Restá 1,5 a cada uno de los siguientes números: 3,8; 2,4; 12,25

3) ¿Qué número habrá que sumar al número de la primera columna para obtener el de la segunda? Anotalo en la tercera columna. Podés hacerlo con la calculadora.

Teniendo en el visor de la calculadora	Se obtiene como resultado	
3,5	4	
2,83	3	
0,08	2	
1,11	2	
3,005	4	

4) Liliana tiene los siguientes *tickets* de las compras que hizo en el día, pero se borraron los totales. Ayudá a Liliana a saber cuánto gastó en todo el día.

Supermercado
La gran provisión

Leche	$ 1,95
Azúcar	$ 0,90
Tomates	$ 3,50
Bifes	$ 6
Dentífrico	$ 2,10
Champú	$ 3

Estacionamiento
Valor X hora $ 1,50

Hora de entrada: 9:00
Hora de salida: 12:00

Bazar Los nenes

Reloj de pared	**$ 12,50**
Juego de sartenes	**$ 35,70**

Si Liliana tenía en su billetera $100, ¿cuánto le quedó después de sus gastos?

Análisis de los problemas 1, 2, 3 y 4

A través de esta actividad se podrá introducir el algoritmo para la suma y la resta de números decimales.

En el problema 1 es probable que aparezcan dudas al tener que sumar, por ejemplo, 0,1 a 11,9 ó 0,005 a 1,705.

Después de tener una idea de las estrategias que surgieron en la puesta en común, es importante un análisis colectivo. Se podrá señalar que para agregar 0,1 a 11,9 se puede pensar 11,9 como 11 enteros + 9 décimos, y al agregar 1 décimo, se tiene 11 enteros + 10 décimos, pero 10 décimos es lo mismo que 1 entero, entonces se tiene 11 enteros + 1 entero que es lo mismo que 12 enteros.

Lo mismo sucede para hacer, por ejemplo, 1,705 + 0,005

1,705 = 1 entero + 7 décimos + 0 centésimos + 5 milésimos
\+
0,005 = 5 milésimos
1 entero + 7 décimos + 0 centésimos +10 milésimos

Si se retoman las relaciones que quedaron explicitadas a propósito de las actividades anteriores, esto es, 10 milésimos = 1 centésimo, entonces se tiene:

1,705 + 0,005 = 1 entero + 7 décimos + 0 centésimos + 10 milésimos =
= 1 entero + 7 décimos + 1 centésimo = 1,71.

Es bueno discutir los errores porque suponen conceptualizaciones que muchos comparten. Por ejemplo, para 2,6 + 1,8, algunos alumnos pueden hacer:

$$\begin{array}{r} 2{,}6 \\ +\ 1{,}8 \\ \hline 3{,}14 \end{array}$$

En este punto se sugiere destacar que se están sumando décimos, es decir, 6 décimos + 8 décimos es igual a 14 décimos que equivale a 1 entero + 4 décimos. Y en 3,14 se tienen 14 centésimos.

Actividad 8 Multiplicación y división de un número decimal por un número natural

Se trabajará la multiplicación por un número natural apoyándose en la suma sucesiva.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL POR UN NÚMERO NATURAL

PROBLEMAS

1) Sabina debe hacer un presupuesto para un trabajo. Tiene la siguiente lista con el material que necesita y el precio por unidad. ¿Cuánto es lo que tiene que gastar Sabina para su compra?

Librería Mi Lápiz

3 lápices	*$ 1,10 cada uno*
5 témperas	*$ 0.35 cada una*
2 cartucheras	*$ 5, 50 cada una*
2 plasticolas	*$ 2, 30 cada una*
5 cartulinas	*$ 0, 45 cada una*

2) Analía compró en otra librería 5 lápices iguales a los que necesita Sabina y pagó en total $ 7,5. ¿Cuál de las dos librerías tiene el precio más bajo por lápiz?

3) Tengo una cinta de 14,3 metros y quiero cortarla en 5 partes iguales. ¿Cuántos metros medirá cada parte?

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS 1, 2 Y 3

Señalamos como estrategia didáctica que no esperamos que los alumnos cuenten con el algoritmo para multiplicar un número decimal por uno natural.

G.C.B.A.

Más bien se espera que los conocimientos con los que cuentan los alumnos sobre suma de números decimales y descomposición sean punto de apoyo para la construcción del algoritmo, así podrán apoyarse en sumas sucesivas para hallar los primeros resultados.

Por ejemplo:

Para hallar el importe de 5 cartulinas pueden hacer

0,45 + 0,45 + 0,45 + 0,45 + 0,45

O bien, relacionar el cálculo con la cuenta 0,45 x 5 y hacer 45 centavos x 5 = 225 centavos, que es lo mismo que $ 2,25.

En el caso de las plasticolas, se puede descomponer 2,30 como 2 + 0,30 y hacer

2 x 2 + 0,30 x 2 = 4 + 0,60 = 4,60

Una vez que se hayan analizado las distintas estrategias se pueden "acompañar" con los correspondientes cálculos sobre números decimales. Por ejemplo, el precio de 5 cartulinas se corresponde con la cuenta 0,45 x 5; el precio de las plasticolas se corresponde con la cuenta 2,30 x 2, etcétera.

Se podrá comenzar a introducir el algoritmo para multiplicar un número decimal por un número natural.

Por ejemplo:

Si una témpera cuesta $ 0,35, 5 témperas cuestan $ 0,35 x 5, entonces para hacer esta cuenta se puede hacer

$$\begin{array}{rl} \text{35 centésimos} & \\ \text{x 5} & \\ \hline \text{175 centésimos} & = \text{100 centésimos + 75 centésimos} \\ & = \text{1 entero + 75 centésimos.} \end{array}$$

También se puede pensar:

1 lápiz cuesta $ 1,10
3 lápices son 1,10 x 3

1 entero + 10 centésimos x 3
es como

$$\begin{array}{rcrl} \text{1 entero} & + & \text{10 centésimos} & \\ \text{x 3} & & \text{x 3} & \\ \hline \text{3 enteros} & + & \text{30 centésimos} & = 3{,}30 \end{array}$$

G.C.B.A.

En el problema 2 los chicos pueden llegar al importe por tanteo: si hubiese costado $1, pagaría $ 5; como pagó $7,5, hay que distribuir $2,5; esto se puede pensar como 25 décimos que dividido por 5 son 5 décimos, entonces lo que Analía pagó es $1,5 por lápiz.

También es factible pensar $7,50 como 750 centavos y 750 : 5 = 150 centavos que es igual a $ 1,50.

En este punto, el contexto de dinero vuelve a aportar a la resolución del problema.

A propósito de las resoluciones de los problemas 2 y 3, y nuevamente apoyándonos en las estrategias de los chicos, se puede introducir el algoritmo de la división de números decimales por un número natural.

14,3	5
4 enteros	2 enteros

sobran 4 enteros que no puedo seguir dividiendo entre 5, pero 4 enteros = 40 décimos y, como tenía 3 décimos más, entonces debo seguir dividiendo 43 décimos

43 décimos	5
3 décimos	8 décimos

Nuevamente, 3 décimos = 30 centésimos y continúo dividiendo

30 centésimos	5
0	6 centésimos

Entonces, hacer 14,3 : 5 me da 2 enteros, 8 décimos y 6 centésimos; o sea, 2,86.

Este algoritmo se seguirá sistematizando a lo largo del trabajo con números decimales.

Las publicaciones *Matemática. Fracciones y números decimales. 5º grado. Páginas para el alumno* y *Apuntes para la enseñanza* han sido elaboradas por el Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Las opiniones de directivos, maestros, padres y alumnos son muy importantes para mejorar la calidad de estos materiales. Sus comentarios pueden ser enviados a

G.C.B.A. Ministerio de Educación
Paseo Colón 255. 9º piso.
CPAc1063aco. Buenos Aires
Correo electrónico: dircur@buenosaires.edu.ar

G.C.B.A.

PLAN PLURIANUAL 2004 2007 PARA EL MEJORAMIENTO DE LA ENSEÑANZA

Plan Plurianual

2004
2007

para el Mejoramiento
de la Enseñanza