

# REFLEXIONES PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

## INFORME DE PREGUNTAS ABIERTAS ONE 2005

## **Introducción**

El operativo nacional de evaluación (ONE) 2005 evaluó cuatro áreas de conocimiento: matemática, lengua, ciencias naturales y ciencias sociales y cuatro años de escolaridad: tercero y sexto de Primaria y segundo y quinto de Educación Secundaria.

El objetivo del ONE es la generación de información significativa y específica de los aprendizajes que los alumnos han podido lograr a su paso por las instituciones educativas.

El análisis y el uso de la información generada suponen juicios de valor sobre las características distintivas del sistema educativo en su conjunto. En este caso los propósitos se asocian con la toma de decisiones a nivel macro y la definición de políticas educativas y líneas de acción a nivel nacional o jurisdiccional y no se refieren a situaciones particulares o individuales en ningún caso. Los requerimientos metodológicos son bien complejos e implican las decisiones respecto al alcance y los propósitos de la evaluación. Cualquier evaluación en este ámbito supone complejos dispositivos técnicos y logísticos a la vez que logran impactos en el conjunto de los actores involucrados en el sistema educativo y la opinión pública en general.

Las pruebas empleadas en el ONE presentan ítems con diferentes variaciones en el nivel de dificultad de desempeño de los alumnos.

Las evaluaciones en el ámbito del sistema educativo son muy diferentes a las evaluaciones de los aprendizajes que un docente toma a sus alumnos en el ámbito o espacio típico del aula. Difieren en sus propósitos, el conjunto de herramientas e instrumentos que por su adecuación se seleccionarán y el alcance y el marco metodológico a utilizar. Por lo tanto, no deben confundirse los escenarios y los diferentes y valiosos aportes de cada una de ellas.

La evaluación de los aprendizajes de los alumnos no sólo informa sobre los conocimientos de los alumnos sino que permite, entre otras cosas, poner de manifiesto aspectos o procesos que de otra manera permanecerían ocultos, posibilita una aproximación en forma más precisa, más fina a la naturaleza de ciertos procesos, las formas de organización de los mismos, los efectos, las consecuencias, los elementos intervinientes, y atribuye valor a esos procesos y a esos resultados. En este sentido contribuye a "dar cuenta" y a "darnos cuenta" de cambios y apropiaciones, de logros y carencias. La evaluación como tal significará un aporte relevante en términos de acciones de mejora de la enseñanza.

Este documento tiene como propósito principal que los docentes conozcan algunos ítems abiertos o de desarrollo que fueron objeto de evaluación en el ONE 2005.

Para ello, se presentan los aspectos esenciales de la estructura y especificaciones de cada prueba, los resultados alcanzados, así como ejemplos de respuestas escritas por los alumnos, que permitirán a los docentes familiarizarse tanto con los formatos de los enunciados como con la forma en que los alumnos producen sus respuestas o su modo de comunicar.

En el marco de las evaluaciones, los ítems abiertos cumplen un papel primordial porque aportan información valiosa sobre los conocimientos de los alumnos y la capacidad de poder aplicar estos conocimientos en un producto escrito.

El análisis de las producciones escritas de los alumnos puede orientarnos acerca de los problemas que surgen cuando intentan comunicar sus conocimientos e interpretaciones.

A partir de la identificación de los dominios conceptuales de los NAP (Núcleos de Aprendizajes Prioritarios) para 3° y 6° año de primaria y de los Contenidos Básicos Comunes para el 9° y 5° año del secundario y teniendo en cuenta los procesos cognitivos o capacidades se define una estructura de prueba por área y por año a evaluar.

En el área de Matemática dicha estructura de prueba permite evaluar la resolución de problemas de todos los alumnos que participan en el ONE.

Dado que la evaluación de Matemática debe centrarse tanto en los resultados como en los procedimientos utilizados en la resolución de problemas, las pruebas incluyeron dos tipos de ítems diferentes:

- Ítems de opción múltiple con un enunciado y cuatro opciones de respuesta.
- Ítems abiertos cuya respuesta es desarrollada por el alumno.

En los ítems de opción múltiple, el alumno debe responder la pregunta o resolver el enunciado que se le plantea seleccionando, de cuatro opciones, la que considera correcta.

La inclusión de los ítems abiertos permitió analizar los procedimientos utilizados por los alumnos al construir la respuesta.

La interpretación de los resultados de la evaluación de los ítems abiertos se realizó a través de un criterio externo previamente establecido, es decir, que no se compararon los resultados con los grupos de referencia.

Este criterio externo establece las características que deben respetar los resultados y permite valorar el desempeño de los alumnos, es decir, si alcanzaron el dominio del desempeño. Por ello la valoración criterial suele recibir el nombre de valoración de dominio o conocimiento.

La necesidad de definir los criterios para hacerlos operativos lleva a enunciar indicadores que son rasgos observables del criterio.

Para lograr la mayor objetividad posible la corrección se efectuó por docentes capacitados y con un instructivo o manual de corrección para cada pregunta. Con la guía de ese manual las respuestas de los alumnos fueron clasificadas en cuatro categorías: totalmente correcta, parcialmente correcta, incorrecta y omitida.

## **Manual de corrección**

El Manual de corrección de los ítems abiertos de Matemática fue confeccionado por el equipo de Matemática de la DiNIECE. Se hizo una primera versión y con ella se corrigieron los ítems abiertos que fueron probados en la prueba piloto. A esa primera versión se le agregaron ejemplos de respuestas reales de alumnos para cada categoría y se le hicieron los ajustes pertinentes.

## **La etapa de corrección**

Una vez aplicado el ONE 2005, los ítems fueron corregidos por 800 docentes de todo el país capacitados en el uso del Manual y seleccionados de todas las jurisdicciones. Con el objetivo de que los correctores tuvieran la posibilidad de consultar sus dudas con el equipo de la DiNIECE y, al mismo tiempo, supervisar la corrección se utilizó un sistema on line.

## **Análisis de los ítems de respuesta abierta**

Se han elegido dos ítems representativos de respuesta abierta por cada año evaluado para analizarlos y comentar los resultados obtenidos. Porque consideramos que remiten a contenidos y capacidades cognitivas de resolución de problemas que los alumnos deberían dominar o conocer.

## **Análisis de los resultados de los ítems abiertos del ONE**

### **Matemática**

#### **Pruebas de 3° año de la Educación Primaria**

La prueba de Matemática evaluó en el 2005 una muestra de los estudiantes que cursaban el 3° año de la Educación Primaria.

#### **¿Cómo estuvo constituida la prueba?**

La prueba de 3° año de la Educación Primaria estuvo constituida por seis cuadernillos con ítems cerrados o de opción múltiple, con cuatro opciones de respuesta, y seis ítems de respuesta abierta a desarrollar.

Para resolver los ítems de respuesta abierta, los alumnos tuvieron que elegir una estrategia de resolución, desarrollar un procedimiento, redactar una respuesta.

Con el fin de atender al procedimiento de resolución y no solo al resultado, estos ítems fueron corregidos por docentes oportunamente capacitados.

Para garantizar la objetividad en la corrección, los correctores utilizaron una guía elaborada para tal fin por el equipo pedagógico de la DiNIECE. Clasificaron luego las respuestas en cuatro categorías contempladas en la grilla de corrección: respuesta correcta, parcialmente correcta, incorrecta y omitida.

Cada uno de los ítems de respuesta abierta se incluyó en dos cuadernillos, de manera que cada uno fuera contestado por la tercera parte de los alumnos de la muestra.

Tuvimos la oportunidad de acceder a las respuestas dadas por los alumnos y de allí seleccionar las que nos parecieron representativas de las distintas categorías.

Este informe se propone compartir con los docentes dos de las situaciones que resolvieron los alumnos cursantes del 3° año de Educación Primaria, y algunos comentarios acerca de los conocimientos y procesos cognitivos que están en la base de las mismas.

## Ejemplos de los ítems de respuesta abierta a desarrollar

- Ejemplo 1: Ítem N° 12.

Escribí un problema que se pueda resolver con esta cuenta:

$$220 - 36 =$$

.....

.....

.....

### Datos técnicos

Contenidos: Números y operaciones  
Capacidad: Comunicación en Matemática  
Nivel de desempeño: Alto

### ¿Qué evalúa el ítem?

El ítem requiere que el alumno elabore el enunciado de una situación problemática a partir de un cálculo presentado, que involucra una resta entre dos números enteros.

### ¿Qué puede hacer el alumno para resolver el ítem?

El ítem presenta un cálculo que alude a la resta entre dos números enteros de dos y tres cifras. Si bien este tipo de cálculos se presenta habitualmente en diferentes contextos, tal como se ha planteado en el ítem, será el alumno quien deberá re-contextualizarlo, formulando el enunciado de una situación problemática en el que el mismo tenga sentido.

Deberá constar del texto completo, vinculado con uno de los sentidos de la resta, e incluyendo las cantidades expresadas en el cálculo.

Esto implica no solamente relacionar ese cálculo con la acción matemática de restar, sino además, estructurar y definir un problema a partir de aquel, respetando convenciones sobre el formato de enunciado que incluya los datos presentados y explicitación de la incógnita.

### ¿Qué resultados se obtuvieron?

El ítem formó parte de dos cuadernillos de la prueba de 3° año de la Educación Primaria.

A continuación se muestran los porcentajes de respuesta obtenidos en las distintas categorías.

3er año	
Respuestas correctas	33,6%
Respuestas parcialmente correctas	15,3%
Respuestas incorrectas	21,2%
Respuestas omitidas	29,9%

Porcentajes de respuestas ítem 12 de 3º año de Educación Primaria

La respuesta se considera **correcta** si el alumno escribe un texto completo de enunciado que alude a alguno de los sentidos de la resta, y que incluya las cantidades expresadas en el cálculo.

Ejemplos de respuestas correctas:

.....  
 .....Tengo 220 Huevos. Se rompieron  
 .....36 ¿Cuánto me quedan.....  
 .....

$$220 - 36 = 184$$

Una señora tenía plantados 220  
 plantines. Un día salió y se  
 perdió el caballo robado 36 plan-  
 tines. ¿Cuántos plantines le quedaron?  
 Rta: Quedaron 184 plantines en su jardín.

Otro, también correcto que alude a un diferente sentido de la resta:

Maria tiene 220 figuritas, Lucia tiene 36 figuritas. Menos que maria. Cuantas figuritas tiene Lucia?

Las respuestas que se incluyen en la categoría **parcialmente correcta** son aquellas en las que el alumno presenta un enunciado de situación problemática que alude a la resta, ya sea con error en algunas de las cantidades expresadas, o presentando un enunciado incompleto.

*Ejemplo de respuesta parcialmente correcta:*

Gabriela tiene 220 figuritas y se le perdieron 36 figuritas.

Las respuestas que entran en la categoría de **incorrectas** son aquellas no pertinentes, es decir, las que se centran en otras operaciones, o en las que el alumno expresa "no sé", o resultan ilegibles.

*Ejemplo de respuesta incorrecta*

Juan tiene 220 figuritas pero perdio 36 figuritas...  
¿Cuanta figurita tenia?

En este caso, el alumno presenta un enunciado referido a una transformación con incógnita en el estado final, y aunque se refiere a calcular una "pérdida", es de orden positivo, es decir, se resuelve con una suma.

También, el siguiente ejemplo ilustra respuestas incorrectas, en las que se escribe el enunciado de una situación cuyo texto es confuso, incompleto y en ocasiones, no alude a ninguno de los sentidos de la resta.

Martin tiene 220 figuritas y las  
que da son 36. Cuanto tiene que  
repartir en cada chico.  
.....  
.....

Maria tiene 220 \$ y Martin 36 \$ y  
lo quiere gastar con Marta  
en caramelos y en ropa.  
Cuanto le sobra en total.  
20 me sobra 96  
$$\begin{array}{r} 20 \\ - 36 \\ \hline 94 \end{array}$$

Otro ejemplo de respuesta incorrecta en el que no se visualiza incógnita alguna

Mi amiga tiene 220 alfajores y se  
 comió 36 alfajores. Cuantos alfajores  
 se comió?

En otros casos, solo se presenta el cálculo bien o mal resuelto, sin enunciado alguno, por lo que la consigna no resulta respondida.

Ejemplos de ello

$$\begin{array}{r} 220 \\ - 36 \\ \hline 284 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ - 36 \\ \hline 284 \end{array}$$

Se considera **omitida** a una respuesta cuando está en blanco, es decir, no hay respuesta.

## Comentarios para el docente:

Los resultados obtenidos muestran que el 51,1% de los alumnos respondió este problema incorrectamente o no lo respondió, dejándolo en blanco. Resulta importante, desde nuestra perspectiva, intentar una posible explicación para este fenómeno en tanto información que puede ser útil a la hora de planificar la enseñanza. Queda claro que la mayoría de los niños presentan dificultades para resolver este tipo de situación, pero, ¿por qué?

Si pensamos en los problemas sustractivos que suelen trabajarse en la escuela, nos encontramos con que la mayor parte del tiempo y esfuerzo de los docentes y alumnos suelen estar dedicados a la enseñanza y aprendizaje del algoritmo de la resta.

Se enseña a resolver cálculos de restas con y sin dificultad y luego se los aplica a problemas.

El largo tiempo de aprendizaje del algoritmo sin un trabajo previo con cálculo mental puede derivarse en la falta de comprensión y de control que tienen los alumnos con la técnica, porque es el cálculo mental el que explica el algoritmo usual de la resta. Entonces, si no se trabaja antes, puede que los alumnos terminen repitiendo una serie de pasos que los lleva al resultado, aunque no entiendan lo que están haciendo.

En cuanto a la resolución de estos problemas y dicho de manera esquemática, hay dos formas de posicionarse:

- Proponer problemas como una "excusa" para poner en práctica los algoritmos.
- Proponer problemas que hagan un "barrido" de todas las situaciones posibles que pueden resolverse a través de la resta (sus sentidos), acompañados de momentos de reflexión que pongan en discusión por qué la resta es una herramienta adecuada de resolución.

En conclusión, para aquellos alumnos que solo hayan trabajado con cálculos de restas o problemas que funcionaron solo para practicar el algoritmo, este problema resulta muy lejano de sus prácticas. No es raro en estos casos, encontrar niños que resuelven el cálculo –lo cual no es requerido por el problema- y no sepan qué más hacer.

Otra dificultad, que no es menor, tiene que ver con la respuesta de este problema. Los alumnos suelen resolver situaciones cuyas soluciones son valores numéricos. En este caso, el "resultado" es el enunciado de un problema, lo cual puede confundir a muchos niños.

Finalmente, desde el punto de vista didáctico y el trabajo matemático involucrado, ¿cuál es la diferencia entre resolver un problema de resta y producir un problema que pueda resolverse con una resta?

En el primer caso, el alumno tiene que seleccionar los datos relevantes, saber qué le preguntan y buscar alguna estrategia que le permita responder esa pregunta. En el segundo caso, es necesario que conozca al menos un tipo de problema que pueda resolverse con una resta. Este reconocimiento involucra una reflexión de nivel metamatemática. No alcanza con saber resolver un problema específico de resta para extraer de él, sin ninguna mediación del docente, las características que hacen que efectivamente pueda resolverse con esta herramienta. Esto último es necesario para poder inventar problemas para una operación específica.

Para resolver este ítem, además, se requiere tener disponibles conocimientos relativos a los distintos sentidos de la operación en juego.

Luego de analizar una muestra de respuestas seleccionadas al azar, provenientes de diferentes jurisdicciones, y con apoyo también en los resultados del procesamiento, puede observarse que los enunciados presentados versan sobre un campo reducido de sentidos de la resta. En general, aquellos vinculados a una transformación negativa con incógnita en el estado final, como puede observarse en el primer ejemplo de respuesta correcta.

Otros sentidos de las operaciones del campo aditivo, como por ejemplo los que implican un cambio temporal, o bien calcular ganancias o pérdidas, requieren ser objeto de análisis en el aula, para que luego los alumnos puedan contemplarlos a la hora de pensarlos como enunciado.

Creemos que esto puede deberse, entre otros factores, a que estos son los sentidos tradicionalmente menos trabajados en la escuela, razón por la cual sea poco frecuente encontrarlos dentro de la muestra.

En lo referente a los errores de cálculo observados, los mismos se concentran en el análisis del número a la hora de descomponerlo para operar, cuestión que da cuenta de una resolución algo "mecanizada", en la que el control sobre las cifras en juego no está presente.

## **Sugerencias para el trabajo en el aula de problemas sustractivos**

Los cálculos y los problemas pueden trabajarse simultáneamente, aunque hay problemas totalmente descontextualizados, planteados a partir de números.

Pero además los problemas sustractivos están vinculados con los aditivos: la diferencia es que cambia el lugar de la incógnita. Por ejemplo, un problema que puede resolverse a través de una suma puede modelizarse a través de la operación  $A + B = C$ , donde el valor a hallar es  $C$ . Si el número desconocido es  $A$  ó  $B$ , entonces el problema se transforma en uno que puede resolverse con una resta.

Si bien no es nuestra intención realizar un análisis en profundidad sobre la enseñanza de la resta, nos interesa proponer algunos problemas que permiten poner en discusión diversos aspectos que los alumnos deberían saber.

Hemos seleccionado situaciones en las que los valores involucrados son los mismos para que la dificultad no esté centrada en los cálculos sino en el análisis de posibles modos de resolución y diferencias entre los problemas, que a primera vista son muy similares entre sí.

### **a) Lautaro tiene 5 bolitas. Jugó con un amigo y ahora tiene 13. En el juego, ¿ganó o perdió? ¿Cuántas bolitas?**

Se trata de un problema que los alumnos suelen reconocer como aditivo, donde tienen que encontrar el número que sumado a 5 da 13:  $5 + ? = 13$ . Se trata de un problema aditivo donde la incógnita se encuentra en el Estado Final.

Esta forma de representarlo permite hallar la solución por complemento, mientras que  $13 - 5$  será una escritura que tendrá que ser introducida por el docente.

**b) Ramiro ganó 5 bolitas y ahora tiene 13. ¿Cuántas tenía antes de jugar?**

Si bien este problema parece similar al anterior, no lo es para los alumnos. El valor desconocido se encuentra, en este caso, en el estado inicial. Se trata, entonces, de buscar un número al que se le suma 5 y se obtiene 13 como resultado:  $? + 5 = 13$ .

Desde el punto de vista didáctico, otra diferencia respecto del problema anterior es que en este caso se dificulta interpretarlo en términos de complementos.

Ramiro tenía  $13 - 5 = 8$  bolitas.

**c) Manuel tiene 13 bolitas y Julia tiene 8. ¿Cuántas bolitas más tiene Manuel que Julia?**

Se plantea aquí una situación de diferencia, a pesar de la palabra "más" que aparece en el enunciado.

Manuel tiene  $13 - 8 = 5$  bolitas más que Julia.

**d) En el primer partido, Nicolás ganó 13 bolitas y en el segundo partido perdió 5. ¿Qué pasó entre los dos partidos? ¿Ganó? ¿Perdió? ¿Cuántas bolitas?**

Se propone aquí una transformación temporal: primero ganó 13 bolitas, después perdió 5, de diferentes signos (primero una positiva y luego una negativa). El contexto permite decidir si luego de jugar perdió o ganó y cuánto (la diferencia entre los valores).

Nicolás ganó  $13 - 5 = 8$  bolitas

**e) Verónica perdió 5 bolitas y ahora tiene 13. ¿Cuántas bolitas tenía antes de jugar?**

En este problema primero se da la transformación negativa y luego la positiva.

Verónica tenía  $13 - 5 = 8$  bolitas antes de jugar.

**f) Gustavo perdió 8 figuritas en el primer juego y 5 en el segundo. ¿Cuántas bolitas perdió?**

Este último problema sirve para poner en discusión "las palabras clave" como indicadores de la operación que hay que realizar. Muchos alumnos deciden que hay que restar porque leen la palabra "perdió". Sin embargo, como las dos transformaciones son de pérdida, es necesario sumar para saber cuál es la pérdida total.

Gustavo perdió  $8 + 5 = 13$  bolitas en total.

Una reflexión sobre las situaciones anteriores, aún cuando no haya sido trabajado el algoritmo de la resta, permite delimitar el campo de problemas que pueden resolverse con restas y los que no.

Es importante que frente a cada problema se planteen preguntas, por ejemplo:

- ¿Hay datos para resolver el problema?
- ¿Cuál es la pregunta? ¿Hay más de una?
- ¿Se pueden responder con los datos que hay?
- ¿Cómo podemos hacer para encontrar la solución?
- ¿Cómo podés estar seguro?

Y que las conclusiones queden registradas en los cuadernos para que los alumnos puedan consultar y usar para estudiar.

▪ **Ejemplo 2: Ítem N° 8.**

**La Señora González compró:**

- pan por \$2
- empanadas por \$9

**Pagó con \$15 ¿Cuánto le dieron de vuelto?**

.....

.....

.....

.....

**Datos técnicos**

Contenidos: Números y operaciones  
Capacidad: Resolución de problemas  
Nivel de desempeño: Alto

**¿Qué evalúa el ítem?**

El ítem requiere que el alumno resuelva un problema de varios pasos, que involucra más de un cálculo del campo aditivo, con sentido de reunir y quitar, y que explicita las acciones matemáticas realizadas.

**¿Qué puede hacer el alumno para resolver el ítem?**

El ítem plantea resolver un problema que requiere el cálculo de un vuelto, con la posibilidad de utilizar el procedimiento que le resulte más conveniente. Para ello, el alumno podrá elegir entre varios caminos. Uno de los posibles es el de establecer el gasto realizado, y luego obtener el importe correspondiente al vuelto.

**¿Qué resultados se obtuvieron?**

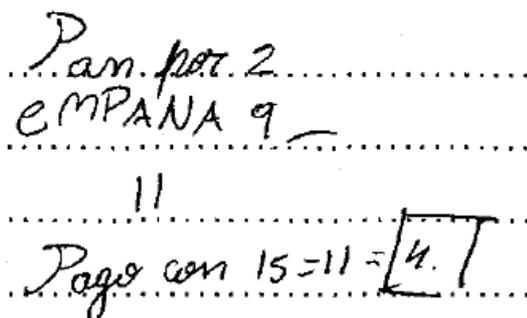
El ítem formó parte de dos cuadernillos de la prueba de 3° año de la Educación Primaria. A continuación se muestran los porcentajes de respuesta obtenidos en las distintas categorías.

3er año	
Respuestas correctas	21,2%
Respuestas parcialmente correctas	34,6%
Respuestas incorrectas	20,6%
Respuestas omitidas	23,5%

Porcentajes de respuestas ítem 8 de 3° año Educación Primaria

La respuesta se considera **correcta** si el alumno escribe como respuesta \$4 y muestra de modo completo el procedimiento empleado para resolverlo.

Ejemplo de respuesta correcta:



Las respuestas que se incluyen en la categoría **parcialmente correcta** son aquellas en las que el alumno utiliza las operaciones correctas para resolver los cálculos, aunque presente errores en la resolución de por lo menos uno de ellos.



Se considera **omitida** a una respuesta cuando está en blanco, es decir, no hay respuesta.

### **Comentarios para el docente:**

El ítem exige desplegar un procedimiento de resolución que, reconstruyendo las acciones matemáticas puestas en juego, comunique su análisis de la situación sino además, que permita comprenderlo a otros. Así, resolución y comunicación van de la mano.

Creemos que por ello resultaron altos los porcentajes obtenidos correspondientes a respuestas parcialmente correctas, del 34,6%, lo que devela no solo errores en la resolución sino además en la expresión de los procedimientos utilizados.

Sí resulta llamativo que el porcentaje de alumnos que respondieron incorrectamente o no respondieron asciende al 44,1%, por cuanto los sentidos de la suma y de la resta involucrados en este problema no son los de mayor complejidad. Tampoco el rango numérico, pero tal vez por el hecho que esta situación exige realizar varios cálculos –sean dos restas sucesivas o una suma y una resta-, lo que implica planificar una secuencia de operaciones y dar cuenta explícitamente de ello, pueda haber resultado de alta complejidad para los alumnos, en tanto esto no haya formado parte de las prácticas habituales de trabajo en el aula.

Es muy probable que estos alumnos puedan resolver problemas de dificultad análoga pero que involucren un solo cálculo. Una explicación para esto es que los problemas que involucran más pasos, que son más complejos, muchas veces no forman parte de las prácticas habituales porque los docentes suelen considerarlos difíciles para sus alumnos. Prefieren, en esos casos, trabajar con situaciones más acotadas, sin mezclar contenidos, tal vez considerando que así les eviten un fracaso.

Creemos que este razonamiento nace de un malentendido. Los problemas que les damos a nuestros alumnos para resolver en clase son para aprender contenidos o técnicas o, en otros casos, para aplicar contenidos ya trabajados y reflexionar sobre ellos. No son situaciones de evaluación. Por lo tanto, si un alumno no logra resolver ese problema, no implica una “falla” del docente. Por el contrario, es una oportunidad para discutir sobre él, sobre las dificultades que propone y diferentes estrategias para resolverlo.

En realidad, desde el punto de vista didáctico, aporta más a la clase un problema mal resuelto con una buena pregunta para discutirlo que uno bien resuelto que no deja lugar para el debate.

### **Sugerencias para el trabajo en el aula**

Una vez que se haya trabajado sobre la suma, la resta y sus sentidos, que se hayan propuesto una variedad de problemas con el objeto de discutir por qué podían resolverse con una u otra herramienta, es una buena oportunidad para que el docente proponga situaciones más complejas, que involucren más pasos y, por ende, la toma de más decisiones.

Estas situaciones pueden involucrar dos o más operaciones de suma y/o resta, en todas las combinaciones posibles.

Vale aclarar que para que la resolución de estos problemas no quede vinculada a lo coyuntural, a un contexto en particular, es fundamental que el docente ayude a los niños a formular conclusiones, a buscar explicaciones para lo hecho. Además, estas explicaciones deberían quedar escritas en los cuadernos para que los alumnos las tengan como referencias futuras.

Por ejemplo, la maestra de tercer grado les propuso a sus alumnos resolver el siguiente problema en pequeños grupos:

*“En un cajón entran 150 naranjas. Si ya se pusieron 70, ¿cuántas faltan poner?  
Expliquen cómo lo pensaron.”<sup>1</sup>*

Luego de que los alumnos tuvieran un tiempo para pensar alguna estrategia para resolver el problema, la maestra hizo una puesta en común.

(M simboliza a la maestra. Los nombres de los alumnos fueron cambiados.)

M: ¿Cómo resolvieron este problema?

Varios alumnos: ¡Restando!

M: ¿Y están seguros de que es un problema de resta?

*Algunos niños, rápidamente, borran lo que habían hecho.*

M: ¡No borren! Solo les estoy preguntando para que discutamos, para que veamos por qué podemos restar, si es que es de resta. También me gustaría ver si hay otras formas de resolver el mismo problema.

Juan: Hay que restar porque dice “cuántas faltan poner” (acentúa la palabra “faltan”).

M: ¿Están de acuerdo con lo que dice Juan?

Alumnos: ¡Siii!

M: Juan, ¿nos mostrás cómo lo resolviste?

*Juan pasa al pizarrón y escribe:*

$$\begin{array}{r} 150 \\ - 70 \\ \hline 80 \end{array}$$

M: ¡Pero yo pude resolver este problema sumando! ¿Qué les parece? ¿A alguno se le ocurre cómo pude hacerlo?

*Luego de que los alumnos exploren se volvió a una instancia colectiva a cargo de la maestra.*

M: Lucía, ¿Nos contás qué pensaron en tu grupo?

Lucía: Pensamos que si ya hay setenta naranjas, teníamos que contar las que faltaban para llegar a 150, entonces hicimos 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150.

M: Entonces, ¿cuántas naranjas agregaron?

<sup>1</sup> Agradecemos a los niños de la Escuela 30 DE 9 de la Ciudad de Buenos Aires, quienes fueron observados en la resolución de este problema.

Lucía duda y pasa Camila a ayudarla. Camila escribe y va diciendo:

$70 + 10 = 80$	A 70 le sumamos 10 y da 80.
$+ 10 = 90$	10 más, son 90.
$+ 10 = 100$	10 más, es 100.
$+ 10 = 110$	10 más, es 110.
$+ 10 = 120$	10 más, es 120.
$+ 10 = 130$	10 más, es 130.
$+ 10 = 140$	10 más, es 140.
$\underline{+ 10} = 150$	10 más, es 150.
80	¡y 10 más 10 es 80, entonces le agregamos 80!

Luego de la resolución de este problema, que en principio no planteó dudas a los alumnos, la maestra les propuso escribir una conclusión más general. Las reflexiones dependerán de cuál haya sido el tipo de trabajo desarrollado, pero, un ejemplo puede ser:

*"No hay una sola forma de resolver un problema. Por ejemplo, para calcular lo que le falta a un número para llegar a otro se puede hacerlo restando el número más grande menos el más chico. También se puede hacer con una suma, buscando cuánto le falta al número más chico para llegar al más grande."*

Esta conclusión no se refiere a este problema en particular sino a todos los problemas del mismo tipo. Tenerla escrita en el cuaderno puede servir de referencia para otros problemas similares que se presenten.

## **Análisis de los resultados de los ítems abiertos del ONE 2005**

### **MATEMATICA**

#### **Pruebas de 6° año de Educación Primaria**

La prueba de matemática evaluó en el 2005 una muestra de estudiantes que cursaban el 6° año de la Educación Primaria.

#### **¿Cómo estuvo constituida la prueba?**

La prueba de 6° año de la Educación Primaria estuvo constituida por seis cuadernillos con ítems cerrados o de opción múltiple con cuatro opciones de respuesta y seis ítems de respuesta abierta a desarrollar.

Para resolver los ítems de respuesta abierta los alumnos tuvieron que elegir una estrategia de resolución, desarrollar un procedimiento, redactar una respuesta. Con el fin de atender al procedimiento de resolución y no solo al resultado, los ítems de respuesta abierta fueron corregidos por docentes oportunamente capacitados.

Para garantizar la objetividad en la corrección, los correctores utilizaron una guía elaborada para tal fin por el equipo pedagógico de la DiNIECE. Clasificaron luego las respuestas en cuatro categorías contempladas en la grilla de corrección: respuestas correcta, parcialmente correcta, incorrecta y omitida.

Cada uno de los ítem de respuesta abierta se aplicó en dos cuadernillos de manera que cada uno fuera contestado por la tercera parte de los alumnos de la muestra.

Tuvimos la oportunidad de acceder a las respuestas dadas por los alumnos y de allí seleccionar las que nos parecieron representativas de las distintas categorías.

Este informe se propone compartir con los docentes dos de las situaciones que resolvieron los alumnos cursantes del 6° año de la Educación Primaria, y algunos comentarios acerca de los conocimientos y procesos cognitivos que están en la base de las mismas.

### Ejemplos de los ítems de respuesta abierta a desarrollar

- Ejemplo 1: Ítem N° 28.

**28** Un rectángulo determinado se divide en dos partes iguales y se obtienen dos cuadrados. Si cada uno de estos cuadrados tiene 48 cm de perímetro ¿cuál es el perímetro del rectángulo original?  
Mostrá cómo lo resolvés.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Respuesta: .....

### Datos técnicos

Contenidos: Medida  
Capacidad: Resolución de problemas  
Nivel de desempeño: Alto

### ¿Qué evalúa el ítem?

El ítem requiere que el alumno resuelva un problema que involucra varios pasos, con cálculo del perímetro de una figura compuesta por la unión de dos cuadrados.

### ¿Qué puede hacer el alumno para resolver el ítem?

El ítem propone resolver un problema que requiere, partiendo de un perímetro, hallar la medida del lado de uno de dos cuadrados presentados, dato necesario para calcular el perímetro de un rectángulo compuesto por ambos cuadrados unidos.

### ¿Qué resultados se obtuvieron?

El ítem formó parte de dos cuadernillos de la prueba de 6° año de Educación Primaria. A continuación se muestran los porcentajes de respuesta obtenidos en las distintas categorías.

6° año	
Respuestas correctas	4,1%
Respuestas parcialmente correctas	1,4%
Respuestas incorrectas	36,4%
Respuestas omitidas	58 %

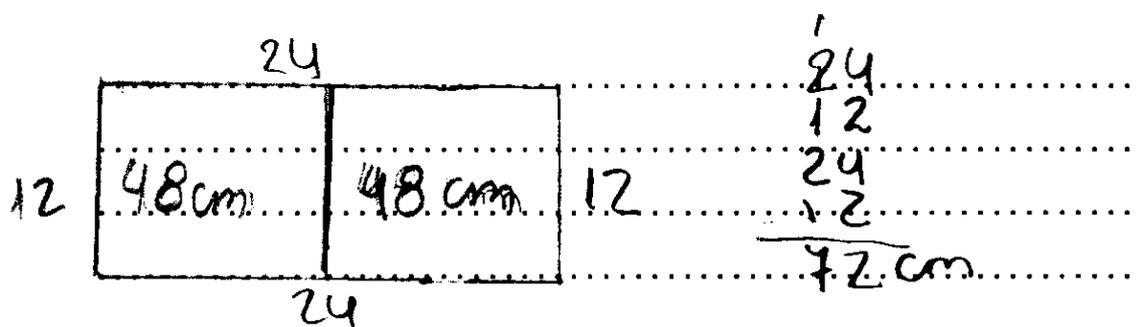
Porcentajes de respuestas ítem 28 de 6° año de Educación Primaria

A)

La respuesta se considera **correcta** si el alumno escribe " 72 cm. o 72"

- Con procedimiento gráfico
  - Con procedimiento aritmético
  - Con procedimiento combinado
- } Completo o no

Ejemplos de respuesta correcta:



Respuesta: El perímetro del rectángulo original es de 72 cm.

En este caso, el alumno da cuenta de haber interpretado el enunciado y produce una representación gráfica de la figura para plantear el procedimiento utilizado.

En otros, puede verse el desarrollo ordenado del procedimiento sin apelar a un apoyo gráfico para representar la solución.

Si el cuadrado tiene 48 cm de perímetro,  
 cada lado tendrá 12 cm de perímetro  
 y a eso lo multiplicamos por 6 y da  
 72 cm de perímetro

A  
E  
C  
D

Respuesta: El rectángulo tiene 72 cm de perímetro

En el ejemplo anterior puede verse que, aunque se utilizó la expresión "perímetro" para designar la medida de la longitud del lado del cuadrado, el desarrollo del procedimiento es correcto, por lo que resulta evidente que este error no fue producto de una confusión entre conceptos.

Las respuestas que se incluyen en la categoría **parcialmente correcta** son aquellas en las que el alumno plantea correctamente el procedimiento para averiguar el perímetro, pero muestra errores de cálculo.

Ejemplo

CADA LADO DEL CUADRADO ES  $48 \div 4 = 12$   
 PERÍMETRO DEL RECTÁNGULO =  $(L \times 2) + (l \times 2)$   
 $(24 \times 2) + (12 \times 2) = 60$

También, aquellas en las que el procedimiento da cuenta de errores en el desarrollo de alguno de los pasos.

No se usó los 4 lados del rectángulo y se sumó para que me de el perímetro.

Respuesta: son 84 cm.

Aquí puede verse que se realiza correctamente el primer paso, pero luego se omite el valor de un lado en el segundo paso.

En una gran cantidad de casos se observan procedimientos y cálculos correctos, pero que dan cuenta de un inadecuado uso de la unidad de medidas, utilizando centímetros cuadrados para expresar valor del perímetro hallado.

Las respuestas que entran en la categoría de **incorrectas** son aquellas en las que el alumno expresa "no sé", o resultan ilegibles o no son pertinentes.



$$L + L + l = 48 \text{ cm} + 48 \text{ cm} + 2 \text{ cm} =$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 48 \\ \hline 96 \\ + 2 \\ \hline 98 \end{array}$$

Respuesta: el PERÍMETRO mide 98 CM

En este ejemplo puede observarse que, no solo se confunde rectángulo por triángulo, sino que además, se utiliza el valor del perímetro del rectángulo original como medida de la longitud de dos de los lados del triángulo.

En otro número elevado de respuestas incorrectas, el desarrollo muestra una confusión en análisis de la figura compuesta, por cuanto se considera el mismo perímetro para el rectángulo original como para los dos cuadrados que lo componen.

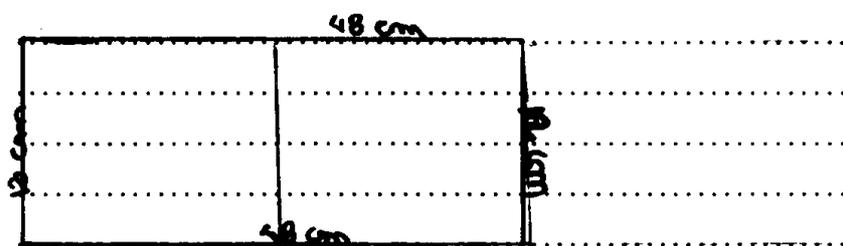
Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \dots\dots 48 \text{ cm} \dots\dots \\
 \times 2 \\
 \hline
 \dots\dots 96 \text{ cm} \dots\dots
 \end{array}$$

Respuesta: El perímetro es 96 cm.

En otros casos, se plantea una confusión en la interpretación del problema, observándose que la figura, compuesta por dos cuadrados, aparece esquematizada por dos rectángulos.

Un ejemplo de ello:



Respuesta: el perímetro es de 120 cm.

Se considera **omitida** a una respuesta cuando está en blanco, es decir, no hay respuesta.

### **Reflexiones Pedagógicas:**

Este ítem requiere utilizar un abanico de saberes vinculados no solo con la medida, sino además con el análisis de figuras geométricas de uso corriente, tal como rectángulo y cuadrado.

Es necesario tener una adecuada comprensión del concepto de perímetro, para calcular la medida de un lado de la figura, es decir, el proceso inverso.

Pero además, al dividir un rectángulo, se pone en juego una composición de figuras, y debe calcularse el perímetro de la figura resultante, lo que aumenta la complejidad de la consigna.

Es muy importante que reflexionemos sobre este problema e intentemos obtener informaciones que nos permitan mejorar la calidad de la enseñanza de los contenidos en él involucrados. Evidentemente, el rendimiento de los alumnos nos habla de una gran dificultad: el 94,4% de ellos lo resolvieron incorrectamente u omitieron hacerlo. ¿Se debe a la geometría en general o a algo de este problema en particular?

Por un lado, sabemos que la geometría es uno de los contenidos más relegados de la escuela. Es común que muchas veces se deje para unas pocas clases al final del año, con muy poco tiempo para profundizar en ellos. Esto lleva a que los problemas que habitualmente se trabajan sean simples.

Por otro lado, la forma en que está presentado el problema lo complejiza. Su enunciado es abstracto y formalizado, con datos implícitos y sin una ilustración en la cual apoyarse para resolverlo. Esto hace que el alumno tenga que interpretarlo y producir una figura de análisis, lo cual implica otra abstracción. No puede hacer un dibujo a escala para luego medir y responder porque los valores no se lo permiten, sino que tiene que hacer un esquema del problema donde represente las relaciones entre los datos. Un ejemplo de esto se ve en las resoluciones correctas mostradas en las páginas precedentes.

Todo esto requiere de un trabajo sistemático y reflexionado en el aula. Muchas veces, las nociones se trabajan en diferentes propuestas, pero no se toma como objeto de enseñanza las relaciones y diferenciaciones entre los diferentes conceptos en juego.

Si se ha propuesto realizar abundante ejercitación sobre perímetro, sin poner el acento en la relación con otras variables tales como las variaciones de una figura, es posible que el alumno deje de lado el significado de las medidas que está obteniendo.

Muchas veces, las dificultades se ubican en los alumnos, diciendo que no saben interpretar los enunciados. Sin embargo, no se trata de un simple problema de lectura, sino que también está vinculado con la identificación de las relaciones entre los datos y el pasaje al cálculo.

La interpretación de enunciados se aprende y, para ello, los docentes tenemos que enseñarlo. ¿Cómo? A través de problemas con enunciados que permitan el debate. Luego, las discusiones en torno a las situaciones no solo deberían centrarse sobre cómo resolverlas sino también en cómo extraer información de su enunciado. Se trata de un trabajo a largo plazo, que no se desarrolla en un año sino a lo largo de toda la escolaridad.

## Sugerencias para la enseñanza

La enseñanza de la Geometría en la escuela abarca, en general, dos aspectos: el reconocimiento de diferentes figuras a partir de la observación y el cálculo de áreas.

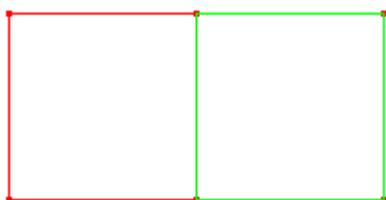
Habitualmente, en el primer ciclo se resuelven problemas cuyo objetivo es el reconocimiento de figuras y cuerpos. Más adelante se proponen otras situaciones, de cálculos de áreas, a partir de la aplicación de fórmulas: se reconoce la figura o el cuerpo para luego determinar la fórmula a usar. En este último caso la Geometría se transforma en una excusa para continuar haciendo trabajos aritméticos. Se trata de una "arritmetización" de la Geometría.

Una cuestión interesante a tener en cuenta en este problema es que permite poner en discusión dos contenidos que los alumnos suelen confundir: perímetro y área. Creemos que la "confusión" de los alumnos no es tal, sino que no han tenido oportunidad de trabajar sobre la diferencia entre estos conceptos.

En este caso, la suma de las áreas de los dos cuadrados es igual al área del rectángulo:



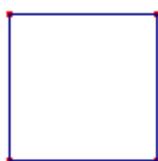
Sin embargo, la suma de los perímetros de los cuadrados no es igual al perímetro del rectángulo. Hay un segmento –el central- que se suma dos veces.



Hay situaciones que, mediando discusiones, propician la diferenciación que mencionamos, dando razones claras para ello. Algunos ejemplos son los siguientes.

- 1) Decidan si cada uno de los dibujos A, B y C ocupan más, menos o igual espacio que el cuadrado que se presenta dibujado y si tienen mayor, menor o igual perímetro que el cuadrado.

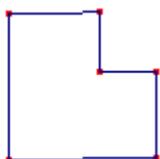
Cuadrado:



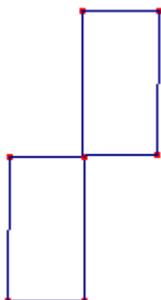
Dibujo A:



Dibujo B:

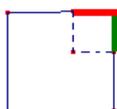


Dibujo C:



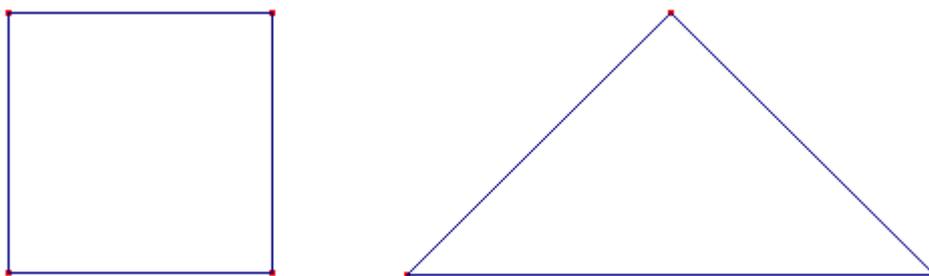
Solo la figura A tiene mayor área y perímetro que el cuadrado. Esto puede evidenciarse superponiendo las figuras y viendo que el rectángulo A "ocupa más espacio" y "sus lados son más largos".

El área de la figura B es menor que la del cuadrado debido a que le fue sacada una parte. Sin embargo, su perímetro es igual al del cuadrado, ya que puede reconstruirse trasladando dos de los segmentos que forman la figura:



La figura C se construye a partir de recortar el cuadrado, lo cual implica que tiene la misma área que él. Como tiene más lados de igual longitud de los del cuadrado, entonces su perímetro es mayor.

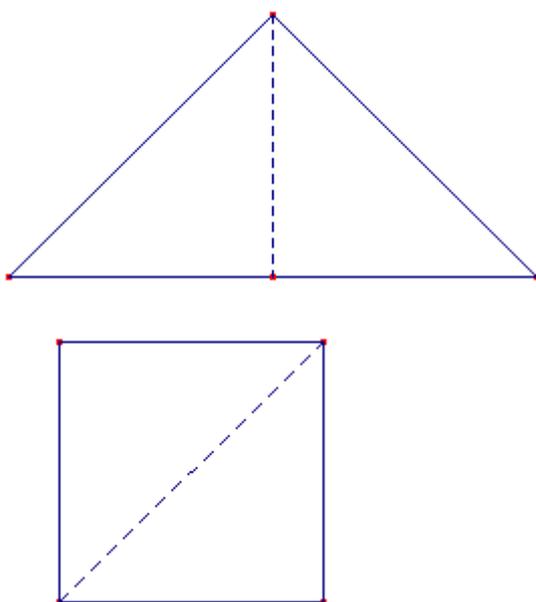
2) a) Expliquen por qué las siguientes figuras tienen igual área.



b) ¿Cuál de las dos tiene mayor perímetro?

Este problema pide una explicación de un hecho dado: que las figuras tienen igual área. No se trata de una práctica habitual en las aulas, por lo que los alumnos suelen sorprenderse. Una posibilidad es basarse en la medición y calcular ambas áreas para mostrar que son iguales. También es posible llegar a la misma conclusión sin necesidad de hacer cálculos.

- ◆ Como la base del triángulo es el doble del lado del cuadrado y tienen la misma altura, entonces sus áreas son iguales.
- ◆ El triángulo tiene la misma área que el cuadrado porque si se traza la altura correspondiente al lado horizontal, quedan dos triángulos rectángulos que permiten reconstruir exactamente el cuadrado:



En cuanto a la parte b), la comparación de los perímetros puede hacerse midiendo los lados de cada figura y sumando sus medidas (con el error que esto supone) o nuevamente, es posible apoyarse en propiedades, en un trabajo deductivo.

Por ejemplo, con dos de los lados del cuadrado se forma la base (horizontal) del triángulo. Quedan dos lados del cuadrado para formar los dos lados que faltan del triángulo. Si esto fuera así, la suma de las medidas de estos dos lados sería igual a la medida del tercer lado, lo cual no es posible en un

triángulo. No se cumpliría, en este caso, la desigualdad triangular. Por lo tanto, los lados del cuadrado no son suficientes para formar el triángulo lo que implica que su perímetro es menor al del triángulo.

¿Qué diferencia hay entre medir para calcular los perímetros y la explicación anterior?

La medición es contingente, permite comparar y responder pero no acceder a las razones acerca de por qué uno es mayor que otro. Un niño que mide, frente a un problema similar tendrá que volver a medir. Si ha encontrado una explicación, no necesitará volver a resolverlo. Sabrá que es una conclusión más general.

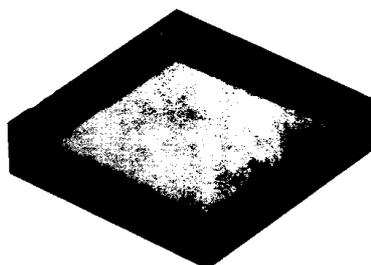
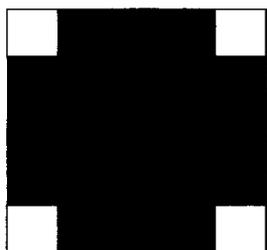
Este tipo de razonamiento, que parece muy lejano al que puede producir un niño, no es espontáneo, sino el producto de un trabajo sostenido a lo largo de varios años de escolaridad.

Si solo se ha trabajado en el cálculo de perímetros y áreas será muy difícil que se logre llegar a este nivel de producción.

El quehacer geométrico difiere del aritmético, y esto solo se evidencia resolviendo problemas y reflexionando sobre ellos.

▪ **Ejemplo 2: Ítem N° 22.**

22



Con un trozo de cartón cuadrado de  $400\text{cm}^2$  se hace una caja sin tapa.

Cortando un cuadradito de 4 cm de lado en cada esquina y levantando los laterales, se obtiene una caja como muestra la figura.

A) ¿Qué altura tiene la caja?

Respuesta: .....

.....

.....

.....

B) ¿Cuál es el área de la base de la caja?

Mostrá cómo lo resolvés

.....

.....

## Datos técnicos

Contenidos: Números y operaciones  
 Capacidad: Resolución de problemas  
 Nivel de desempeño: Alto

## ¿Qué evalúa el ítem?

El ítem requiere que el alumno resuelva un problema que involucra varios pasos, con cálculo de la altura de un objeto tridimensional, y con aquella como dato, averiguar el área de su base.

## ¿Qué puede hacer el alumno para resolver el ítem?

El ítem plantea resolver un problema que requiere en primer lugar, deducir la medida de la altura de una caja, partiendo del área de un cuadrado. Esta operación implica analizar el armado de un objeto de tres dimensiones, y posteriormente, obtener la medida de un lado de la base para hallar su área.

## ¿Qué resultados se obtuvieron?

El ítem formó parte de dos cuadernillos de la prueba de 6° grado de la Educación Primaria. A continuación se muestran los porcentajes de respuesta obtenidos en las distintas categorías.

6° año	
Respuestas correctas	15%
Respuestas parcialmente correctas	0,5%
Respuestas incorrectas	15%
Respuestas omitidas	69,5%

Porcentajes de respuestas ítem 22 de 6° año de Educación Primaria

A)  
 La respuesta se considera **correcta** si el alumno escribe "la altura es 4cm" o "4" y muestra de modo completo o no, el procedimiento empleado para resolverlo.

Ejemplo de respuesta correcta

Respuesta: da caja tiene 4 cm de altura  
 porque se le corta un cuadrado de  
 4 cm de lado en cada esquina

Las respuestas que se incluyen en la categoría **parcialmente correcta** son aquellas en las que el alumno muestra el resultado correcto, pero utiliza una unidad de medida incorrecta.  
 Un ejemplo:

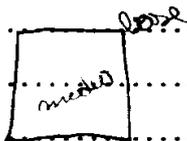
Respuesta: La altura que tiene la  
 caja es 4 cm<sup>2</sup>

Las respuestas que entran en la categoría de **incorrectas** son aquellas no pertinentes, o en las que el alumno expresa "no sé", o resultan ilegibles.

A continuación, se presenta un ejemplo en el que se considera a la medida del área como longitud del lado del cuadrado y se la multiplica por la del lateral para calcular la medida de la altura.

Respuesta: la altura que tiene la caja es  
 1600

En otros ejemplos, no se describe procedimiento alguno:



Respuesta: La base de la caja es de un lado

En este caso, la ilustración ofrecida para representar la resolución no aporta nada al análisis del enunciado realizado por el alumno. Por el contrario, "expone" la errónea concepción de que un cuadradito es igual a 1 cm.

Se considera **omitida** a una respuesta cuando está en blanco, es decir, no hay respuesta.

B)  
La respuesta se considera **correcta** si el alumno escribe "144" ó "144 cm<sup>2</sup>" y muestra de modo completo o no,

- procedimiento gráfico
- procedimiento aritmético
- procedimiento combinado.

Es área de la base de la caja es de = 144 cm<sup>2</sup>

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \times 12 \\
 \hline
 24 \\
 12\phantom{0} \\
 \hline
 144
 \end{array}$$

20x20 = 400

Respuesta: .....

Las respuestas que se incluyen en la categoría **parcialmente correcta** son aquellas en las que el alumno realiza un planteo correcto del área, con errores de cálculo en uno o varios pasos.

Ej.

②

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \times 12 \\
 \hline
 14 \\
 12\phantom{0} \\
 \hline
 134
 \end{array}$$

① 20 - 8 = 16

Respuesta: .....

Las respuestas que entran en la categoría de **incorrectas** son aquellas no pertinentes, o en las que el alumno expresa "no sé", o resultan ilegibles.

Ejemplo 1:

... SUPERFICIE DE LA CAJA  $400 \text{ cm}^2$  .....  
 ... SUPERFICIE DE CADA CUADRADO  $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$  .....  
 ... SON 4 CUADRADITOS  $16 \times 4 = 64 \text{ cm}^2$  .....  
 ... BASE  $400 \div 64 = 625 \text{ cm}^2$  .....

Respuesta: .....

Ejemplo 2:

... Yo lo resolvo sumando o restando .....  
 ... y porque si cada cuadrado mide .....  
 ... 4 cm y el interior de la caja cubren .....  
 ... 9 cuadrados restando eso de .....  
 ... los 36 metros me da que .....

Respuesta: ... El área de la caja es de 36 cm.

Ejemplo 3:

$$\begin{array}{r}
 \dots\dots\dots 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm} \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots 400 \text{ cm} \dots\dots\dots \\
 \underline{\dots\dots\dots 8 \text{ cm} \dots\dots\dots} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 392 \end{array} \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots 392 \text{ cm} \dots\dots\dots \quad \times 4 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \quad \quad \quad 1568 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

Respuesta: el área de la base es 1568 cm total.....

También, cuando se da una respuesta correcta, pero el procedimiento desplegado es incorrecto  
 Por ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \dots\dots\dots 4 \text{ cm} \times 3 = 12 \text{ cm} \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots 12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} = 144 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \dots\dots\dots 12 \dots\dots\dots \\
 \times 12 \dots\dots\dots \\
 \hline
 \dots\dots\dots 24 \dots\dots\dots \\
 \times 120 \dots\dots\dots \\
 \hline
 \dots\dots\dots 144 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

En ocasiones, se observa que se intenta resolver efectuando un conteo de cuadraditos, lo que manifiesta una confusión en el análisis, al tomar como valor único el de una fila y olvidando la otra dimensión, lo que muestra que no se ha comprendido que este problema involucra el producto de dos medidas.

$$\begin{array}{r}
 \dots\dots\dots 9 \text{ cuadraditos en el medio y } 16 \text{ en las laterales} \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \quad \quad \quad 16 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \quad \quad \quad \underline{9} \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \quad \quad \quad 25 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

Respuesta: El área de la base es de 25.....

En otros casos, lo expresado no constituye una explicación sobre la resolución, Nuevamente, se observa un inadecuado análisis.

... miro el dibujo y me doy cuenta lo que es.....  
.....  
.....  
.....

Respuesta: cuadrada.....

Se considera **omitida** a una respuesta cuando está en blanco, es decir, no hay respuesta.

### Reflexiones Pedagógicas:

Este ítem requiere poner en juego el análisis de una figura, y posteriormente, analizar su transformación en un objeto tridimensional, para calcular la altura y el área de su base. Es un problema en el que se vinculan la transformación de una figura en una caja y la relación de estos saberes geométricos con medida. Se requiere utilizar longitudes y analizar cuales son las medidas que varían y cuáles no, y con ello, encontrar formas de calcular una longitud y un área.

Solo el 15% de los alumnos respondió correctamente este problema, un 85% lo hizo incorrectamente o no lo respondió. Se trata de un porcentaje muy alto.

Creemos que, si bien no se trata de una situación simple, es posible que nuevamente nos encontremos frente a otra muestra del muy escaso trabajo geométrico basado en razonamientos en la escuela primaria.

En el primer ejemplo que presentamos, una de las dificultades radicaba en la presentación del problema, sin un soporte gráfico. En el segundo caso, si bien hay un dibujo que representa la situación, es necesario interpretarla. No se explica por sí solo. Y nuevamente, si los alumnos no tuvieron oportunidades de trabajar con situaciones donde fuera necesario interpretar datos a partir de dibujos, deducir medidas a partir de variaciones que sufre una figura y dar razones para lo que hace, es difícil que pueda resolverla.

Como puede verse en el segundo ejemplo de respuesta incorrecta correspondiente al ítem 22, en el que se apela a analizar la base de la caja como organización rectangular, el tratamiento que se da a los datos aparece todavía "ligado" al cálculo del perímetro, con una lectura "lineal" de la fila de cuadraditos, sin considerar que hay dos dimensiones en juego.

También se observa el error, bastante recurrente, en el que se asimilan  $cm$  y  $cm^2$ .

Esto podría responder a una confusión entre las nociones de perímetro y área y, como puede verse en ese segundo ejemplo de respuesta incorrecta, la transformación del cuadrado en un objeto tridimensional "hace variar" las dimensiones de las caras, por lo que algunos alumnos contemplan

dos medidas distintas para una mismo lado, según se trate del análisis de la cara o del lateral de la base de la caja.

Además, según se observa en el último ejemplo de respuesta incorrecta, surgen múltiples errores en la forma de comunicar los procedimientos, que dan cuenta de una resolución incompleta o inadecuada, ya que no permite reconstruir la acción matemática realizada.

Esto requiere de un especial espacio en el trabajo del área, resultando imprescindible no sólo para comunicar ideas en situaciones intra o extra matemáticas sino además, para seguir aprendiendo conceptos y procedimientos disciplinares.

La gran variedad de respuestas en las que aparecen errores en la explicitación del procedimiento utilizado o en las que esto se omite, nos permiten llevar la atención a la necesidad de priorizar su tratamiento en las aulas.

De la misma manera que la interpretación de enunciados es un contenido a aprender, también lo es la explicación. Para eso, es necesario que haya una intencionalidad docente, que se plantee como un objetivo de enseñanza y se sostenga a lo largo del tiempo, no solo en un año sino en toda la escolaridad.