# MATEMÁTICA

# DIVISIBILIDAD. MÚLTIPLOS Y DIVISORES

## PROBLEMAS DE MÚLTIPLOS Y DIVISORES

**Problema 1**

### El reparto de la torta

Si se organizó una reunión y no se sabe aún si vendrán 4 ó 6 personas, ¿en cuántas porciones habría que cortar la torta para que pueda darse la misma cantidad a cada uno de los presentes ya sean 4 ó 6 y no haya que estar cortándola en el momento de la reunión?

Primera definición de múltiplo:

> Si un número es el resultado de una multiplicación de dos factores es múltiplo de cada uno de los factores.

Por ejemplo, 12 = 4 x 3 con lo cual 12 es múltiplo de 4 y también 12 es múltiplo de 3.

De la misma manera se puede establecer que 12 es múltiplo de 6 y que 12 es múltiplo de 2.

**Cuestión:**
¿Será cierto, teniendo en cuenta la definición anterior, que si un número es el resultado de una multiplicación de tres factores es múltiplo de cada uno de los factores?

Segunda definición de múltiplo:

> Un número natural **a** es múltiplo de un número natural **b** cuando **a** puede expresarse como el producto de **b** por otro número **c**.

Por ejemplo: 12 es múltiplo de 4 porque puede expresarse como 4 por un número, en este caso 3. Los números 16; 24; 32; 36, etc. también son múltiplos de 4.

**Cuestión:**
**a)** En un texto de hace varios años puede leerse la siguiente definición de "ser múltiplo de": "Un número es múltiplo de otro cuando lo contiene un número exacto de veces".

¿Cómo podrías explicar que esta definición es otra manera de decir lo mismo que con la segunda definición que te presentamos?

**Cuestión:**
**b)** ¿Será cierto que si continuamos la tabla del 6 indefinidamente encontramos los múltiplos de 6?



G.C.B.A. / SED / D.G.PI.

DEFINICIÓN DE DIVISOR:

Un número es divisor de otro, si este otro es múltiplo del primero.

**Problema 2**

Analizar si:

- 5 es divisor de 35
- 8 es divisor de 64
- 21 es divisor de 42
- 8 es divisor de 20
- 4 es divisor de 20

**Cuestiones:**
**a)** ¿Será cierto que si un número natural **c** se expresa como el producto de otros dos **a** y **b** entonces **a** es divisor de **c** y **b** es divisor de **c**?
**b)** ¿Será cierto que si un número es divisor de otro al dividir este último por el primero se obtiene resto cero?

Sabemos que cualquier número multiplicado por cero da cero. Esto inhabilita la posibilidad de dividir por 0. ¿Podrías decir por qué?

**Cuestiones:**
**a)** ¿Todo número entero es divisor de sí mismo? Justificá tu respuesta.
**b)** ¿Es cierto que 1 es divisor de cualquier número?

## Problema 3

### Volvemos a las porciones de la torta

Si se organizara una reunión en la que se va a repartir una torta y no se sabe si van a asistir 2, 4 o 6 personas, ¿en cuántas porciones habría que cortar la torta para que pudiera darse la misma cantidad a cada uno de los presentes y no hubiera que estar cortando la torta en el momento de la reunión?

## Problema 4

¿Qué sucedería ahora si fueran 3, 7 ó 6 los invitados posibles a la reunión y se quiere tener la torta ya cortada?

## Problema 5

¿En cuántas porciones como mínimo habría que tener cortada la torta para que se pudiera repartir en el caso de que los invitados fueran:

- 2, 4, 5 ó 10?

- 2, 6 u 8?

- 3 ó 9?

## PROBLEMAS CON CALCULADORA

**Problema 1**

Si en la calculadora, después de anotar un número, sólo pudiera multiplicarse por 3 y por 5, ¿cuáles de las siguientes multiplicaciones podrían hacerse y cuáles no? Recuerden que sólo se puede usar la tecla de x.

Para las que sí se puede, anoten con qué cálculos. Para las que no se puede, expliquen por qué.

24 x 15 =

26 x 34 =

73 x 60 =

195 x 25 =

59 x 45 =

21 x 22 =

**Problema 2**

En una calculadora, una vez que se usa el signo x, sólo se pueden utilizar las teclas del 5 y del 4. Proponé 5 multiplicaciones diferentes que podrían realizarse si se utilizara esa máquina.

**Problema 3**

**a)** Decidir si es cierto que, utilizando una calculadora en la que sólo se puede multiplicar por 3 y por 5, nunca se va a poder multiplicar por 14, ni por 22, ni por 29.

**b)** Encontrar números por los que no podrías multiplicar con esa calculadora.

**Problema 4**

¿Cuáles de las multiplicaciones de la columna de la derecha van a dar el mismo resultado que las de la columna de la izquierda?

| | |
|---|---|
| **a)** 24 x 12 = | **1)** 59 x 6 x 3 |
| **b)** 26 x 34 = | **2)** 6 x 2 x 4 x 73 |
| **c)** 73 x 48 = | **3)** 24 x 6 x 2 |
| **d)** 59 x 18 = | **4)** 6 x 8 x 2 x 73 |
| | **5)** 24 x 2 x 2 x 3 |
| | **6)** 59 x 6 x 4 |
| | **7)** 59 x 2 x 9 |

**Problema 5**

Si hubiera que hacer cada uno de los siguientes cálculos, multiplicando sólo por números de una cifra, con qué multiplicaciones se podrían resolver. Si hay más de una posibilidad, anotalas y luego comprobá con la calculadora.

16 x 24

75 x 72

72 x 144

63 x 120

42 x 64

35 x 147

**Problema 6**

En la calculadora sólo pueden usarse números de una cifra para anotar cada factor. ¿Cómo podrían resolverse las siguientes multiplicaciones? ¿Es posible encontrar más de una multiplicación diferente para cada una de las propuestas?

24 x 12

72 x 48

144 x 24

27 x 15



G.C.B.A. / SED / D.G.Pl.

## PROBLEMAS DE CÁLCULO MENTAL

Aprovechamos las propiedades analizadas para hacer cálculos mentales.

**Problema 1**

Sabiendo que 24 x 18 = 432, resolvé los siguientes cálculos:

12 x 18 =

48 x 18 =

24 x 36 =

48 x 36 =

6 x 72 =

240 x 18 =

## Problema 2

A partir de la multiplicación que aparece debajo, ¿es posible saber si las siguientes divisiones van a ser exactas o no? ¿Por qué?

**12 x 15 = 180**

180 : 12 =

180 : 15=

180 : 5 =

180 : 3 =

180 : 2 =

180 : 6 =

180 : 9 =

180 : 7 =

180 : 4 =

## Problema 3

Sabiendo que 12 x 24 = 288, proponé la mayor cantidad posible de números que al dividir a 288 den resto cero.

**Problema 4**

Sin realizar ninguna de las multiplicaciones que se proponen decidí cuáles de las cuentas de la columna de la derecha van a dar el mismo resultado que las de la columna de la izquierda.

| | |
|---|---|
| **a)** 24 x 36 | **1)** 20 x 9 |
| **b)** 18 x 25 | **2)** 10 x 45 |
| **c)** 12 x 15 | **3)** 27 x 32 |
| **d)** 18 x 24 | **4)** 40 x 12 |
| **e)** 30 x 16 | **5)** 27 x 16 |

**Cuestión:**
¿Por qué puede decirse que con los mismos números que aparecen en una multiplicación podemos saber dos divisores? Pensá por ejemplo en 12 x 15 = 180.

¿Por qué puede decirse lo mismo de una división? Pensá por ejemplo en 156 : 6 = 26.

**Problema 1**

A partir de las siguientes cuentas, sin resolverlas, escribí, para cada una de ellas, otra que dé el mismo resultado:

24 x 18 =

18 x 25 =

12 x 12 =

18 x 14 =

20 x 30 =

**Problema 2**

Establecer el resultado de los siguientes cálculos, sabiendo que 24 x 36 = 864.

48 x 36 =

6 x 36 =

24 x 18 =

240 x 36 =

864 : 36 =

864 : 12 =

864 : 144 =

- ¿Qué otros cálculos se pueden proponer a partir de los anteriores?

**Problema 3**

Sabiendo que 56 x 32 = 1.792 decidir, sin hacer la cuenta, si los siguientes cocientes tienen resto cero o no:

1.792 : 32 =

1.792 : 28 =

1.792 : 16 =

1.792 : 8 =

**Problema 4**

Decidir si son verdaderas las siguientes afirmaciones:

- 7 es divisor de 84.
- 9 es divisor de 101.
- 6 es divisor de 84.
- 4 es divisor de 116.

**Problema 5**

Martín colecciona estampillas y tiene una cantidad tal que si las agrupa de a 8 o de a 6 no le sobra ninguna. ¿Qué cantidad de estampillas puede tener Martín? ¿Hay una única respuesta?

**Problema 6**

Si en la calculadora, después de anotar un número, sólo pudiera multiplicarse por 4 y por 3, ¿cuáles de las siguientes multiplicaciones podrían hacerse y cuáles no?

64 x 12 =

55 x 27 =

93 x 36 =

105 x 25 =

89 x 48 =

11 x 33 =

**Problema 7**

Sabiendo que 12 x 18 = 216 proponé por lo menos 4 números que dividan al 216 y den resto cero.

**Problema 1**

Proponé una cuenta de dividir en la que el divisor sea 34, el cociente sea 18 y el resto, 12. ¿Cuántas cuentas que cumplen esas condiciones podrías plantear?

**Problema 2**

Supongamos que tenés que hacer la siguiente cuenta: 587 dividido 41 y podés usar la calculadora. Si la hacés verás que da con coma. Sin embargo, imaginate que estás interesado en el cociente y el resto de la división entera de 587 dividido 41. ¿Cómo usarías la calculadora en ese caso?

**Problema 3**

Sin hacer la cuenta, averiguá cuál será el resto al dividir por 5 el resultado de los siguientes cálculos:

34 x 5 =

34 x 5 + 1 =

34 x 5 + 5 =

34 x 5 + 10 =

34 x 5 + 11 =

34 x 5 + 15 =

34 x 5 + 17 =

## RELACIÓN "SER DIVISIBLE POR"

Se dice que un número es divisible por otro número cuando es múltiplo de ese número.

Por ejemplo: 72 es divisible por 2, por 3, por 4, por 6, por 12, por 36. Por supuesto, también es divisible por 1 y por 72.

**Problema 1**

**a)** Buscá más ejemplos de números divisibles por otros.

**b)** En la frase anterior dice "Por supuesto, también es ...". ¿Por qué dirá "Por supuesto"? ¿Cualquier número es divisible por 1? ¿Y por sí mismo?

**c)** ¿Qué relación podés señalar entre "ser divisible por" y "ser divisor de"? (En las páginas 9, 10 y 11 de este libro encontrarás las definiciones de múltiplo y divisor analizadas. También podés buscar dónde las habías anotado en tu carpeta.)

**Problema 2**

**a)** Sabemos que 12 es divisible por 4. ¿Se puede saber sin hacer la cuenta si el triple de 12 será divisible por 4?

**b)** ¿Será cierto que multiplicando a 12 por cualquier número se obtiene un número divisible por 4?

**Problema 3**

Sabemos que 148 es divisible por 37. ¿Es posible saber sin hacer la cuenta si el triple de 148 va a ser divisible por 37?

**Problema 4**

Sabemos que un número es divisor de 148, ¿ese número será divisor de 148 x 72?

**Problema 5**

**a)** Sabemos que 12 x 35 = 420.

¿Podemos decir, sin hacer la cuenta, si 420 será múltiplo de cada uno de los números indicados a continuación? Para cada caso, decidí cómo es posible estar seguro.

12

35

3

4

8

5

7

2

6

10

20

30

50

100

42

21

**b)** De a dos, piensen y anoten cuáles son las condiciones para que un número sea divisor de 420.

**c)** Fíjense si la conclusión a la que llegaron les sirve para darse cuenta si 420 es divisible por los siguientes números. Si no les sirve, traten de modificar lo que escribieron para que sí funcione.

9

14

28

70

80

140

60

40

210

**d)** A partir de lo analizado en este problema 5, ahora trabajando en forma individual, anotá la mayor cantidad de divisores de 540 que encuentres, sabiendo que 36 x 15 = 540.

**Problema 6**

### Lotería de divisores

Tu maestro o maestra te señalará una de estas tarjetas con la que vas a jugar. Él o ella va a ir sacando y "cantando" números de una bolsa y vos tenés que anotar los números "cantados" que sean divisores del producto que te tocó en tu tarjeta. Gana el primero de la clase en completar 5 divisores.

| $12 \times 45 = 540$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

| $8 \times 30 = 240$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

| $32 \times 15 = 480$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |



G.C.B.A. / SED / D.G.Pl.

| 16 x 20 = 320 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

| 15 x 30 = 450 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

| 21 x 18 = 378 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

## PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

**Cuestión:**
Revisá en el cuadernillo y en tu carpeta lo que trabajamos hasta ahora sobre divisibilidad y hacé una lista de las cosas que aprendiste.

Te presentamos dos definiciones de **número primo**:

- Un número natural es primo si tiene exactamente dos divisores.
- Un número natural es primo si es divisible sólo por sí mismo y por 1.

Un número natural distinto de cero es **compuesto** si tiene más de dos divisores.
Los números 0 y 1 no son ni primos ni compuestos:

- 1 sólo es divisible por 1.
- 0 es divisible por todos los números.

**Cuestión:**
¿Por qué te parece que la primera definición no aclara cuáles son esos dos divisores?

# MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR

**Problema 1**

Para ayudar en su casa, Federico va a la verdulería cada 4 días a las 9 hs. y su amiga Teresa va cada 6 días a la misma hora. Si hoy se encontraron, ¿dentro de cuántos días será el próximo encuentro?

**Problema 2**

Dos letreros luminosos se encienden intermitentemente uno cada 24 segundos y otro cada 15 segundos. Si fueron puestos en funcionamiento los dos al mismo tiempo, ¿después de cuánto tiempo volverán a encenderse juntos?

El mínimo común múltiplo (mcm) de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes.

**Problema 3**

Para adornar las mesas de un salón de fiestas se compraron:

- 36 rosas
- 48 jazmines
- 60 claveles

Se quieren armar ramos iguales para las mesas y que cada ramo tenga rosas, jazmines y claveles. ¿Cuál es la mayor cantidad de ramos que se podrían armar? ¿Cómo estará compuesto cada ramo?

| |
|---|
| El máximo común divisor (mcd) de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes. |

**Problema 4**

Marcelo colecciona estampillas. Ya reunió 40 nacionales y 24 extranjeras. Hoy va a acomodarlas en un álbum y decidió que en cada página va a haber nacionales y extranjeras pero no necesariamente la misma cantidad. La composición de nacionales y extranjeras es la misma en todas las páginas. No le deben quedar estampillas sin pegar. ¿Cuántas páginas conviene que tenga el álbum? ¿Cuántas estampillas de cada tipo debe tener el álbum en cada hoja? ¿Hay una única posibilidad? ¿Cuál es la mayor cantidad de páginas que se podría armar?

- ¿Y si hubieran sido 45 nacionales y 15 extranjeras?

# CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

**Divisibilidad por 10, 100, 1.000, etcétera**

Un número es divisible por 10 si su última cifra es 0.
Un número es divisible por 100 si sus dos últimas cifras son 0.
Un número es divisible por 1.000 si sus tres últimas cifras son 0.

**Divisibilidad por 5**

Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.

**Divisibilidad por 2**

Un número es divisible por 2 cuando termina en 0, 2, 4, 6 u 8.

Un número es **par** si es múltiplo de 2. O sea, un número par puede escribirse como 2 x ...

Un número es **impar** si no es múltiplo de 2. O sea, un número impar puede escribirse como 2 x ... + 1.

**Divisibilidad por 4**

Un número es divisible por 4 si el número formado por sus dos últimas cifras es múltiplo de 4.

**Divisibilidad por 3**

Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es divisible por 3.

**Divisibilidad por 9**

Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras es divisible por 9.

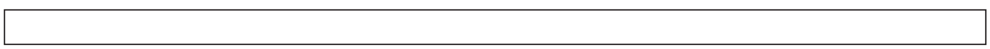
# FRACCIONES

## UN REPASO

Durante los bimestres anteriores resolviste los problemas que te presentamos a continuación. Te proponemos ahora que, a partir de ellos, realices las actividades siguientes para que puedas profundizar tus conocimientos sobre las fracciones.

**Problema 1**

El largo de esta tira es de $3 \frac{1}{4}$ unidades. Dibujá la unidad que se utilizó.



Volvé a resolverlo. (Podés ayudarte buscándolo en la página 55 del libro del primer bimestre.)

- Ahora, considerando la misma unidad, dibujá una tira que mida $4 \frac{3}{4}$ de dicha unidad.

**Problema 2**

El siguiente es el problema 24 de la página 66 que resolviste en el primer bimestre.

Inventá una unidad de manera que al medir esta tira el resultado sea $\frac{1}{4}$ .

Junto con un compañero revisen en la carpeta o en el libro cómo resolvieron el problema en aquel momento.

**a)** Ahora lo que deben hacer es inventar una unidad de manera tal que en lugar de obtener $\frac{1}{4}$ cuando se mide la tira anterior, se obtenga $\frac{1}{3}$ .

**b)** ¿Cómo debería ser la unidad si te informaran que, al medir la tira, el resultado fue $\frac{2}{3}$ ?

**Problema 3**

El siguiente es el problema 23 de la página 66 que también resolviste en el primer bimestre.

El largo de esta tira es de $6\ \frac{1}{2}$ unidades. Dibujá la unidad que se utilizó.

**a)** Dibujá cómo sería la unidad si ahora te informaran que el largo de esta misma tira es $\frac{2}{3}$.

**b)** Y si esta tira midiera 2, ¿cómo sería la unidad?

**Problema 4**

Discutan en grupo la siguiente afirmación:

> Si la medida de la tira es menor que 1, entonces es posible estar seguro de que la unidad de medida es más larga que la tira.

**Problema 5**

Los problemas a) y b) que te presentamos a continuación, ya los resolviste en el bimestre anterior. (Podés encontrarlos en la página 74 del libro del segundo bimestre.)

Volvé a completar las tablas.

**a)** Esta tabla relaciona la cantidad de personas para un asado con la cantidad de carne que habrá que comprar. Para el asado se calcula $\frac{1}{2}$ kg de carne cada tres personas.

| **Cantidad de personas** | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cantidad de carne necesaria** (en kilos) | | $\frac{1}{2}$ | | | | |

**b)** En otro asado, calculan $\frac{3}{4}$ kg de carne cada 3 personas.

| **Cantidad de personas** | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cantidad de carne necesaria** (en kilos) | | $\frac{3}{4}$ | | | | |

◆ Ahora armá otra tabla como las anteriores sabiendo que se calcula $\frac{3}{4}$ kg de achuras cada 4 personas.

**Problema 6**

Para resolver el problema anterior (cada 4 personas $\frac{3}{4}$ kg de achuras), dos personas hicieron diferentes cálculos:

- La mitad de $\frac{3}{4}$ es $\frac{3}{8}$, así que para 6 personas hacen falta $\frac{3}{4} + \frac{3}{8} = \frac{9}{8}$.

- La mitad de $\frac{3}{4}$ es $\frac{3}{8}$ y la mitad de $\frac{3}{8}$ es $\frac{3}{16}$. Eso es lo que necesito por persona, entonces para 6 personas necesito 6 x $\frac{3}{16} = \frac{18}{16}$.

Sabemos que ambos procedimientos son correctos. Explicá cómo están pensando las cuentas en cada caso y cómo podemos estar seguros de que encontraron la misma cantidad de achuras para 6 personas.

**Problema 7**

El bimestre pasado resolviste este problema. Es la tabla 5 de la página 75 del libro del segundo bimestre.

Laura, Aníbal y Julieta se pusieron de acuerdo: al terminar la fiesta dividirían el resto de la torta en tres partes iguales, una para cada chico. Completá la siguiente tabla que relaciona la fracción de torta que recibirá cada chico, según la cantidad de torta que sobre en la fiesta:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Fracción de torta que sobró en la fiesta** | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | |
| **Fracción de torta para cada chico** | | | | $\frac{1}{4}$ |

Teniendo en cuenta los datos de esa misma tabla, respondé las siguientes preguntas:

- Si a cada chico le hubiera correspondido $\frac{2}{9}$ de torta, averiguá qué fracción de torta hubiera sobrado.

- Ya sabés que si en la fiesta sobra $\frac{1}{3}$ de torta, a cada chico le corresponde $\frac{1}{9}$ (lo averiguaste el bimestre pasado). Si sobrara la mitad de $\frac{1}{3}$, es decir, $\frac{1}{6}$, ¿con qué cuentas podrías calcular cuánto le correspondería ahora a cada chico?

**Problema 8**

Esta es una tabla como la anterior, lo que no se sabe aquí es entre cuántos amigos se repartió la torta que sobró. ¿Podés averiguarlo?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Fracción de torta que sobró en la fiesta** | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |
| **Fracción de torta para cada chico** | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{4}$ |

**Problema 9**

Ahora armá una tabla como la anterior en la que la torta que sobra se reparte entre 5 amigos. Tenés que decidir qué números vas a poner en la tabla. Seguramente tus compañeros no decidan poner los mismos números que vos, eso no significa que las tablas estén mal.

**Problema 10**

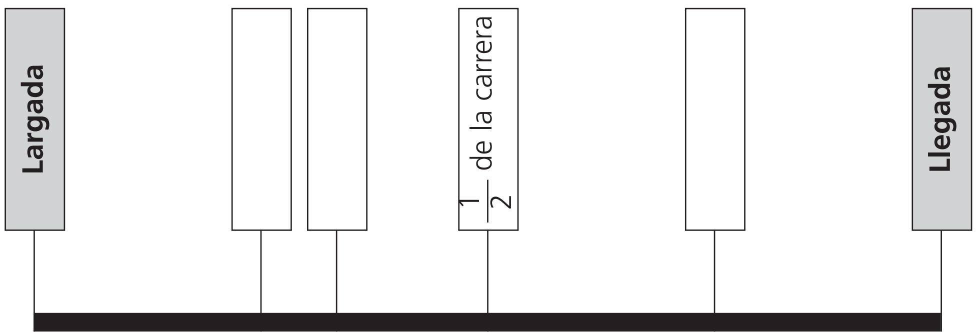
Ahora armá una tabla como la anterior en la que haya que usar estas cuentas:

$$3 \text{ x } \frac{1}{6} \quad \text{y} \quad \frac{1}{5} : 3$$

## LA UBICACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

**1)** El club Luna de Avellaneda organizó una carrera. Van a poner algunos carteles indicando a los corredores qué parte del recorrido llevan ya realizada. A continuación, aparece una representación de la pista y de los lugares donde quieren ubicar los carteles.

**a)** Completá qué deberían decir los carteles en blanco:

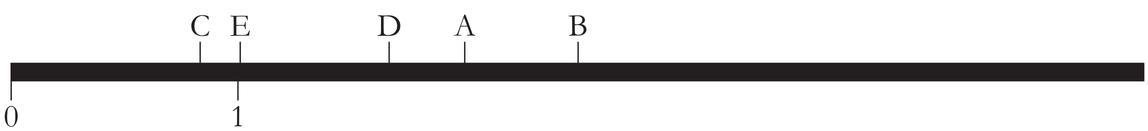



**b)** Un grupo de chicos pensó en hacer una broma a los corredores y poner muchos de esos carteles sobre la pista:

¿Dónde ubicarías otros carteles que dijeran: $\frac{2}{3}$ ; $\frac{3}{6}$ ; $\frac{3}{12}$ ; $\frac{5}{6}$ ; $\frac{35}{35}$ ; $\frac{23}{24}$ ; $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ; $1 - \frac{1}{3}$ ?

**c)** Proponé ubicaciones de carteles para que tus compañeros digan qué deberían indicar. Intercámbienselos.

**2)** Se organizó una maratón de 5 km. A continuación aparece una representación del recorrido.




**a)** ¿Dónde ubicarías carteles que indiquen: $\frac{1}{2}$ km; $\frac{17}{5}$ km; $\frac{13}{3}$ km?

**b)** ¿Qué deberían decir carteles ubicados en los puntos que aparecen señalados?

**3)** A continuación aparece una representación de una ruta que va desde la ciudad A hasta la ciudad B. A lo largo del camino, aparecen carteles indicadores de la distancia del cartel hasta la ciudad A.

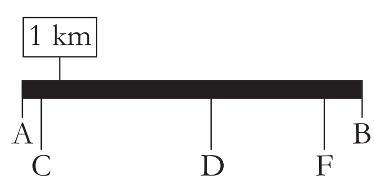

**a)** ¿Qué deberían decir carteles ubicados en los puntos señalados?

**b)** ¿Dónde irían ubicados los siguientes carteles?

- 4 km
- $\frac{3}{4}$ km
- $1\frac{1}{2}$ km
- $\frac{19}{5}$ km
- $\frac{18}{3}$ km
- $\frac{15}{2}$ km
- $8\ \frac{2}{8}$ km
- $9 - \frac{3}{2}$ km
- $5 + \frac{1}{4}$ km

**c)** Ya vimos varias veces que un mismo número puede anotarse de maneras diferentes. Proponé otras anotaciones posibles equivalentes a los números ubicados sobre la recta.

**d)** Estas son otras representaciones de la misma ruta. ¿Sirven o no para representar lo mismo que en la representación anterior? ¿Cómo podemos saberlo?

**4)** Esta es la representación de otra ruta que parte desde la ciudad H y llega hasta la ciudad I.


- ¿Dónde habría que marcar a I si se encuentra a $4\frac{2}{3}$ km de H?

- ¿Dónde ubicarías un cartel que dijera "$2\frac{1}{6}$ km"?

- Marcá otros puntos sobre la línea y, en otro papel, anotá a qué números corresponden. Intercambialos con un compañero para que él complete sobre la recta los números correspondientes a los puntos señalados. Luego confrontalos con los que vos habías anotado.

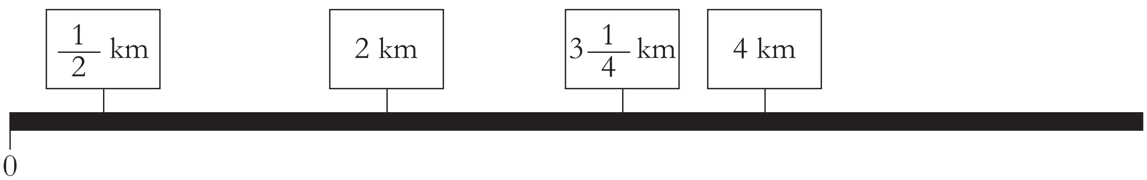
**5)** Esta es la representación de otra ruta que parte desde la ciudad J y llega hasta la ciudad K. ¿Dónde se ubicarían el cartel de "1 km" y K que está a $3\,\frac{2}{10}$ km de J?


**6)** Aquí tenemos otra ruta representada. Marcá en ella las distancias que se indican:

- $\frac{15}{4}$ km
- $6\,\frac{3}{8}$ km

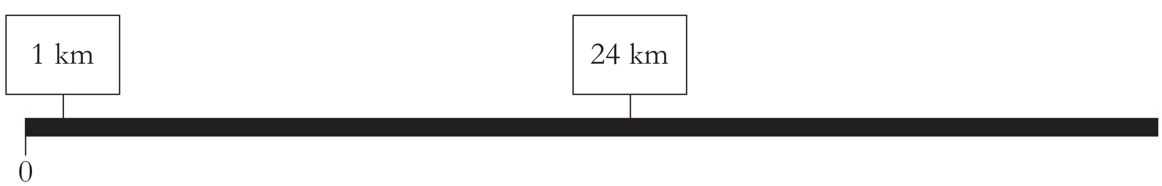
**7)** Para cada uno de los pares de rutas que aparecen a continuación tenés que decir si en las diferentes representaciones se respeta la escala o no y explicar cómo es posible saberlo. Recordá que podés anotar otros puntos sobre las rectas si te ayudan para averiguarlo.

**a)**




**b)**


**c)**

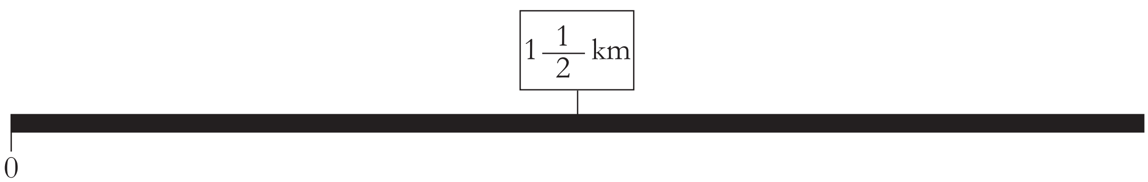



**d)**

**8)** Para cada una de las representaciones, indicá la escala en la cual ha sido construida. Es decir, tenés que señalar cuál es la longitud que en la recta numérica corresponde a 1 km de la ruta:

**a)**


**b)**




**c)**


**d)**


**e)**

**9)**

**a)** Representá una ruta que une la ciudad K con la ciudad L, con carteles indicando las siguientes distancias. (Primero tenés que buscar una escala conveniente.)

- 1 km
- 3 km
- $\frac{7}{4}$ km
- $\frac{13}{6}$ km

**b)** ¿Cuáles de las siguientes distancias se podrían incluir fácilmente en tu representación? ¿Por qué?

- $\frac{5}{2}$ km
- $\frac{2}{3}$ km
- $\frac{8}{5}$ km
- $\frac{10}{8}$ km
- $3\frac{2}{12}$ km
- $\frac{3}{7}$ km
- $\frac{1}{12}$ km

## FRACCIONES EQUIVALENTES

En algunas situaciones, para trabajar con fracciones, es necesario "pensarlas" como escritas con otros números.

Por ejemplo:

Se quiere comprar $\frac{1}{2}$ kg de café, pero en el supermercado sólo hay paquetes de $\frac{1}{8}$ kg. ¿Cuántos debo comprar?

Para resolver esta situación se puede reflexionar de varias maneras, teniendo en cuenta que:

- Con dos paquetes de $\frac{1}{8}$ consigo $\frac{1}{4}$ kg porque $\frac{1}{8}$ es la mitad de $\frac{1}{4}$ .
- Dos paquetes de $\frac{1}{8}$ hacen $\frac{2}{8}$, y $\frac{2}{8}$ es lo mismo que $\frac{1}{4}$ aunque esté escrito en octavos.

Entonces necesito 4 paquetes para armar $\frac{1}{2}$ kg.

- $\frac{1}{2}$ es lo mismo que $\frac{4}{8}$, así que necesito 4 paquetes.

En estos casos, para poder establecer relaciones entre las fracciones que tienen diferente denominador, fue conveniente transformar a una de ellas (a veces a ambas) en otra, de manera tal que las dos tengan el mismo denominador.

Por ejemplo, para saber cuántos paquetes de $\frac{1}{8}$ necesito para formar $\frac{1}{2}$ kg, se puede escribir $\frac{1}{2}$ kg como $\frac{4}{8}$ y entonces establecer que serán necesarios 4 paquetes de $\frac{1}{8}$.

$$\frac{1}{2}\text{ kg} = \frac{1}{4}\text{ kg} + \frac{1}{4}\text{ kg} = \frac{1}{8}\text{ kg} + \frac{1}{8}\text{ kg} + \frac{1}{8}\text{ kg} + \frac{1}{8}\text{ kg} = \frac{4}{8}\text{ kg}$$

Es importante tener muy claro que $\frac{1}{2}$ y $\frac{4}{8}$ expresan la misma cantidad.

> A las fracciones que representan la misma medida con respecto a una unidad se las llama **fracciones equivalentes**. En realidad, dos fracciones equivalentes son dos formas diferentes de escribir el mismo número.

**Problema 1**

**a)** En casi todos los libros de matemática aparece el siguiente enunciado:

| |
|---|
| Si se multiplica el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la original. |

¿Podrían explicar por qué funciona esta propiedad?

**b)** Analicen si la siguiente afirmación es verdadera o falsa y expliquen su opción:

| |
|---|
| Si se divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la original. |

**c)** Analicen la discusión entre Matías y Tomás:

—**Matías.** $\frac{4}{32}$ es equivalente a $\frac{10}{80}$ porque el 4 entra 8 veces en el 32 y el 10 entra 8 veces en el 80. Es decir, cada numerador entra la misma cantidad de veces en su denominador.

—**Tomás.** $\frac{4}{32}$ no es equivalente a $\frac{10}{80}$ porque no hay ningún número natural que multiplicado por 4 dé 10, entonces no puedo pasar a una fracción equivalente a $\frac{4}{32}$ con numerador 10.

- ¿Qué pensás de los argumentos de Matías y de Tomás? ¿Son o no equivalentes $\frac{4}{32}$ y $\frac{10}{80}$ ?

**d)** Analizar si el siguiente enunciado es verdadero o falso y explicar por qué.

| |
|---|
| Si se suma al numerador y al denominador de una fracción un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la dada. |

**Problema 2**

Teniendo el análisis de fracciones equivalentes realizado en el problema anterior, decidí si las fracciones que se presentan en cada caso son equivalentes o no:

**a)** $\frac{7}{8}$ y $\frac{42}{40}$

**b)** $\frac{12}{5}$ y $\frac{108}{45}$

**c)** $\frac{34}{8}$ y $\frac{102}{24}$

**d)** $\frac{24}{7}$ y $\frac{121}{35}$

**e)** $\frac{6}{10}$ y $\frac{9}{15}$

**f)** $\frac{4}{32}$ y $\frac{10}{80}$

**g)** $\frac{21}{6}$ y $\frac{615}{186}$

**h)** $\frac{32}{6}$ y $\frac{112}{18}$

**i)** $\frac{4}{6}$ y $\frac{9}{11}$

**Problema 3**

El año pasado resolviste este problema:

Necesito comprar $2\frac{1}{4}$ kg de café. En la góndola del supermercado sólo quedan paquetes de $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ y 1 kg. ¿Qué paquetes puedo comprar? ¿Hay una sola posibilidad? Si quiero llevar la menor cantidad posible de paquetes, ¿cuáles debo elegir?

Ahora te proponemos nuevas preguntas sobre el mismo problema:

**a)** Si sólo hubiera paquetes de $\frac{1}{2}$ y de $\frac{1}{4}$ kg, ¿cuántos de cada uno debo elegir para comprar los $2\frac{1}{4}$ kg? ¿Hay más de una posibilidad?

**b)** ¿Es cierto que si elijo tres paquetes de $\frac{1}{2}$ y uno de $\frac{1}{4}$ kg estoy llevando más de 2 kg?

**c)** Un chico escribió esta cuenta para saber cuánto café estaba comprando:
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1\frac{2}{4}$. ¿Es correcto el resultado que obtuvo? Explicá tu respuesta.

**Problema 4**

**a)** Realizá los siguientes cálculos:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$

$\frac{2}{8} + \frac{1}{4} =$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$

$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$

**b)** Ahora realizá estos cálculos:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} =$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$

**Problema 5**

**a)** Decidí si es cierto que con 3 vasos de $\frac{1}{4}$ litro y 2 vasos de $\frac{1}{5}$ litro puedo llenar una botella de 1 $\frac{1}{2}$ litro.

**b)** De una jarra en la que había $\frac{3}{4}$ litros se consumieron $\frac{2}{5}$ litros. Averiguá qué cantidad de líquido quedó en la jarra.

**c)** En una encuesta a los chicos de 2º grado, en la que cada chico practica a lo sumo un deporte, se obtuvieron los siguientes resultados:

- $\frac{1}{4}$ de los entrevistados juega al fútbol.
- $\frac{1}{6}$ de los entrevistados juega básquet.
- El resto de los entrevistados no hace ningún deporte.

- ¿Qué parte del total de los alumnos de ese grado no hace ningún deporte?

**d)** ¿Qué número hay que sumarle a $\frac{3}{5}$ para llegar a $\frac{17}{20}$?

**e)** ¿Es cierto que si a $\frac{4}{15}$ se le resta $\frac{1}{6}$, se obtiene la décima parte de un entero?

**f)** Un robot se desplaza por una recta numérica con pasos regulares que miden $\frac{1}{5}$ de la unidad. Si el robot está parado en el $\frac{5}{4}$, ¿será cierto que después de avanzar un paso todavía no va a llegar al 2? ¿Podés decir qué número va a pisar cuando dé dos pasos si sale del $\frac{5}{4}$?

### Un procedimiento para sumar o restar fracciones de distinto denominador

Después de resolver los ejercicios anteriores, seguramente ya estés familiarizado con sumar y restar fracciones de distinto denominador y buscar fracciones equivalentes no te resulte muy complicado.

Pero... ¿qué ocurriría si tuvieras que enfrentar esta suma?

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} =$$

Vos ya sabés que para poder sumarlas tenés que encontrar fracciones equivalentes a cada una de las fracciones de la suma, que tengan el mismo denominador. Para ello, vas a tener que buscar un múltiplo de 18 y de 15. Por ejemplo, si hallás el mcm de 18 y 15 obtenés 90.

Así que ya estás seguro de que el denominador de tus nuevas fracciones equivalentes puede ser 90.

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} =$$

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} = \frac{\quad}{90} + \frac{\quad}{90} = \frac{\quad}{90}$$

Para "convertir" 18 en 90, hay que hacer 18 x 5 = 90

Y, para "convertir" 15 en 90, hay que hacer 15 x 6 = 90

Entonces, para que las fracciones sigan siendo equivalentes, vas a tener que multiplicar a los numeradores por el mismo número que multiplicaste a los denominadores. Tené cuidado porque a una la multiplicaste por 5 y a la otra, por 6.

Ahora la cuenta te estaría quedando así:

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{15} = \frac{35}{90} + \frac{24}{90} = \frac{59}{90}$$

El 35 lo obtenés de 7 x 5 y el 24, de 4 x 6.

| |
|---|
| En definitiva, para sumar o restar fracciones de distinto denominador, te conviene buscar un múltiplo de los denominadores de las fracciones dadas. |

## Comparación de fracciones

A veces, decidir si una fracción es mayor o menor que otra puede resultar bastante sencillo.

Por ejemplo: decidir cuál de estas dos fracciones es mayor.

$\frac{1}{3}$ y $\frac{7}{5}$

Ya sabemos que $\frac{1}{3}$ es menos que un entero.

También sabemos que $\frac{5}{5}$ es "justo" un entero, por lo tanto $\frac{7}{5}$ es más que un entero, es un entero y $\frac{2}{5}$ .

Entonces $\frac{7}{5}$ es mayor que $\frac{1}{3}$.

Este procedimiento también puede emplearse en otros casos cuando las fracciones son números más grandes.

Por ejemplo: decidir cuál de estas dos fracciones es mayor.

$\frac{33}{8}$ y $\frac{26}{3}$

Podemos pensar que $\frac{33}{8}$ es mayor que 4 enteros y menor que 5 enteros porque si $\frac{8}{8}$ es un entero, $\frac{32}{8}$ es 4 enteros y $\frac{33}{8}$ es 4 enteros y $\frac{1}{4}$ . También podemos pensar que $\frac{26}{3}$ es más que 8, casi 9. Si $\frac{3}{3}$ es un entero, $\frac{24}{3}$ es 8 enteros. Entonces $\frac{26}{3}$ es 8 enteros y $\frac{2}{3}$ más. Por lo tanto, $\frac{26}{3}$ es mayor que $\frac{33}{8}$.

En definitiva, algunas veces, para comparar fracciones, alcanza con fijarse entre qué enteros está.

Sin embargo, en algunas otras oportunidades, la comparación es un poco más compleja.

Por ejemplo, para decidir cuál de estas dos fracciones es mayor,

$\frac{9}{5}$ y $\frac{14}{8}$ ,

no alcanza con establecer que $\frac{9}{5}$ es casi 2 enteros, porque $\frac{14}{18}$ también es casi 2 enteros.

Por lo tanto, en estos casos –como cuando sumabas fracciones de diferente denominador–, es conveniente buscar una fracción equivalente a cada una de las dadas que tengan ambas el mismo denominador.

Entonces:

$$\frac{9}{5} = \frac{72}{40}$$

y

$$\frac{14}{8} = \frac{70}{40}$$

Entonces $\frac{9}{5}$ es mayor que $\frac{14}{8}$ .

## PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

**1)** De un tarro que contenía 1 kg de harina se sacó primero $\frac{1}{4}$ kg y después $\frac{2}{3}$ kg. ¿Qué cantidad de harina queda en el frasco?

**2)** Martín tenía cierta cantidad de dinero guardado. Él dice que en sus vacaciones gastó $\frac{3}{4}$ de sus ahorros en ropa y $\frac{2}{5}$ de sus ahorros en salidas. ¿Es eso posible?

**3)** ¿Entre qué números naturales consecutivos están ubicadas las siguientes fracciones?

$\frac{2}{3}$

$\frac{18}{5}$

$\frac{21}{4}$

$\frac{37}{4}$

$\frac{9}{32}$

$\frac{17}{5}$

**4)** Escribí restas de fracciones que den por resultado 2.

**5)** ¿Cuánto hay que sumarle a cada una de las siguientes fracciones para que el resultado sea 3?

$\frac{12}{5}$

$\frac{17}{4}$

$\frac{1}{9}$

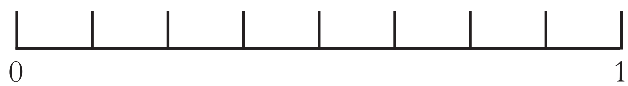
$\frac{14}{5}$

**6)** Al restarle $\frac{1}{2}$ a cada una de estas fracciones, se obtiene $\frac{1}{4}$ o una fracción equivalente. ¿Cómo puede explicarse este hecho?

$\frac{30}{40}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{21}{28}$ $\frac{27}{36}$

**7)** Ubicá estas fracciones en la recta numérica:

$\frac{4}{8}$; $\frac{12}{24}$; $\frac{4}{16}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{8}{32}$.




**8)** Tengo dos cintas iguales, una azul y una roja. A la cinta azul le voy a cortar $\frac{3}{8}$ de su longitud y a la roja, $\frac{2}{5}$ de su longitud. ¿Cuál de las dos va a quedar más larga?

**9)** Completá las sumas de manera tal que, en cada caso, el resultado sea menor que un entero.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} +$ ....... =

$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} +$ ...... =

$\frac{3}{7} + \frac{1}{3} +$ ....... =

$\frac{7}{9} + \frac{1}{10} +$ ....... =

**10)** Tomá una tirita de papel cualquiera. Doblala por la mitad. Luego, sin abrirla, doblala en 3 partes iguales. Abrila. Doblá uno de los extremos que te quedaron marcados en dos.

Ahora, encontrá una marca: $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ .

- ¿Cómo es posible estar seguro de que la marca que encontraste corresponde a esa fracción? ¿Cómo podría indicarse con una sola fracción?

**11)** Tomá una tirita de papel. Plegala en 3 y desplegala. Plegala por la mitad y desplegala.

Señalá una parte de la tirita que mida $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ (la unidad es la tirita).

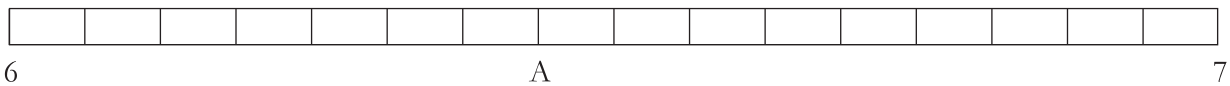
**12)** Para cada uno de los siguientes pares de fracciones indicá cuál es la mayor.

**a)** $\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5}$ $\qquad$ $2 + \frac{3}{10}$

**b)** $\frac{2}{7}$ $\qquad$ $\frac{1}{28} + \frac{1}{4}$

**c)** $\frac{2}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{15} + \frac{1}{3}$

**13)**




- ¿A qué número corresponde el punto A?

- ¿Dónde se ubicaría el punto $6 + \frac{1}{2} + \frac{3}{32}$?

- ¿Cómo podría expresarse ese mismo punto si quisiera anotarse como 7 - ....?

- ¿Cuáles de las siguientes fracciones "entran" en este intervalo? ¿Cómo es posible estar seguro?

$5 + \frac{6}{4}$;

$\frac{125}{30}$;

$\frac{34}{5}$;

$8 - \frac{15}{10}$;

$8 \times \frac{3}{4} + \frac{1}{64}$