Orientaciones didácticas sobre la enseñanza de la medida en 2º ciclo

Programa
Maestros y profesores enseñando y aprendiendo de la Dirección de Capacitación

Proyecto
Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria

Gobierno de la Provincia de Buenos Aires

Dirección General de Cultura y Educación

Provincia de Buenos Aires

Gobernador
Ing. Felipe Solá

Directora General de Cultura y Educación
Dra. Adriana Puiggrós

Vicepresidente 1° del Consejo General de Cultura y Educación
Lic. Rafael Gagliano

Subsecretario de Educación
Ing. Eduardo Dillon

Directora Provincial de Educación Superior y Capacitación Educativa
Lic. María Verónica Piovani

Directora de Capacitación
Lic. María Alejandra Paz

Directora Provincial de Educación Primaria
Prof. Mirta Torres

Directora de Gestión Curricular
Lic. Patricia Garavaglia

Unidad Ejecutora Provincial
C.P.N. Delia Beatriz Grisolía

Orientaciones didácticas sobre la enseñanza de la medida en 2º ciclo

Programa
Maestros y profesores enseñando y aprendiendo
de la Dirección de Capacitación

Proyecto
Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática
en el segundo ciclo de la Educación Primaria

Material destinado a equipos docentes, directivos
e inspectores

Autores

Claudia Broitman
Mónica Escobar
Verónica Grimaldi
Horacio Itzcovich
Inés Sancha

Documento de apoyo para la capacitación
DGCyE / Subsecretaría de Educación - Unidad Ejecutora Provincial

Dirección General de Cultura y Educación
Unidad Ejecutora Provincial
Av. 7 N° 840 entre 48 y 49 (1900) La Plata
Provincia de Buenos Aires
Noviembre de 2007

Índice

El material que se presenta a continuación, fue elaborado en el marco del Proyecto Fortalecimiento para la Enseñanza de la Matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria e incorporado en las acciones del PRODYMES III A BASSEP - Segundo Proyecto de Educación Secundaria.
Este documento retoma y amplía contenidos y textos correspondientes a los apartados sobre la enseñanza de la Medida en el Segundo Ciclo de Educación Primaria, perteneciente al Diseño Curricular de Educación Primaria, Provincia de Buenos Aires.

Introducción

En este material se ofrecen orientaciones didácticas para el tratamiento de dos aspectos de la medida a tratar en el segundo ciclo:

- las medidas de longitud, capacidad y peso
- el perímetro y el área de figuras

Para la medición de longitudes, capacidades y pesos se ofrecen en primer lugar diferentes clases de problemas que permiten a los alumnos recuperar algunas ideas centrales sobre los problemas de la medición empírica, seguramente ya tratadas por ellos en los primeros años de escolaridad.

Luego se proponen diversas clases de problemas que apuntan al estudio más profundo del sistema métrico enfatizando en particular sus relaciones con el sistema de numeración decimal y la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros. Las relaciones de proporcionalidad serán herramientas para resolver una diversidad de situaciones y se propondrá analizar con los alumnos explícitamente el recurso a dichas relaciones.

Otro aspecto que cobra importancia en el estudio de las medidas de longitud, capacidad y peso es el tratamiento de las expresiones fraccionarias y decimales.

En relación con el abordaje del perímetro y el área de figuras, se propone en primer lugar un conjunto de problemas que permitan a los alumnos iniciarse en la comprensión y diferenciación de estas nociones, sin necesidad de apelar de entrada a cálculos o fórmulas. A continuación se propondrá el estudio de problemas de medición de áreas a partir de usar otras áreas como unidad de medida (cuadraditos, por ejemplo). Finalmente se sugiere el abordaje de las unidades de medida más usuales para medir áreas y el análisis de alguna de sus equivalencias. La producción de diversas fórmulas para calcular el área de algunas figuras geométricas se propone como objeto final de trabajo.

Nuevamente el análisis de las relaciones de proporcionalidad - si se cumplen o no y en cuáles casos - , las expresiones decimales y fraccionarias y las relaciones con el sistema de numeración decimal serán recursos permanentes a ser tratados con los alumnos.

El abordaje del perímetro y el área de las figuras además permitirá establecer puentes con el estudio de las figuras geométricas, en particular con las propiedades de triángulos y cuadriláteros.

En este documento no se abordan las medidas de los ángulos ni del tiempo, ni la exploración de otros sistemas de medida. que también forman parte de los contenidos de este ciclo

I- Problemas que permiten estudiar las relaciones entre las unidades de medida, el sistema de numeración y la proporcionalidad

El trabajo en torno a la medición en el segundo ciclo puede iniciarse recuperando aquellos problemas, propios de los primeros años que permiten a los niños la realización efectiva de mediciones. Estos problemas exigen el uso de instrumentos de medición para establecer y comparar longitudes, pesos, capacidades y una cierta familiarización con algunas unidades de medida usuales y otras no convencionales de uso social.

Por ejemplo, en 4° año se podrá iniciar el trabajo midiendo la altura de los alumnos y de diferentes objetos, identificar la cantidad de agua que se puede introducir en jarras o vasos medidores, pesar diferentes objetos en balanzas para ver cuál es más pesado o cuál es más liviano, etc. Se trata de que los alumnos se familiaricen con los instrumentos de medida, con las unidades que se utilizan en cada caso y algunas primeras relaciones entre unidades. Por ejemplo, que 100 cm equivalen a 1 metro o que 1000 gramos equivalen a 1 kilo, o que 1000 mililitros equivalen a 1 litro.

Se busca que a partir de los problemas de medición efectiva con los que los alumnos interactúen y como producto de la enseñanza, los alumnos puedan identificar que:

- Medir es elegir una unidad y determinar cuántas veces entra en el objeto a medir, por lo tanto el resultado de la medición depende de la unidad elegida.
- Es imposible medir exactamente ya que la medición siempre es aproximada; sin embargo hay procedimientos que garantizan un mejor ajuste.
- La medición, en la mayoría de las oportunidades, demanda la partición de la unidad de medida elegida.
- Los instrumentos de medida han sido construidos para cada atributo.
- La elección de las unidades de medida depende del objeto a medir.

Algunos de estos primeros problemas permitirán usar medios, cuartos, décimos, aspectos que serán retomados a partir de nuevos problemas ya que las fracciones y las expresiones decimales resulten una herramienta imprescindible en el tratamiento de este eje.

Otro tipo de problemas que se pueden proponer para 4° año son aquellos que permiten iniciarse en el estudio del SIMELA (unidades convencionales de medida de longitud, capacidad y peso, así como sus múltiplos y submúltiplos).

- *Hay dos tiras de madera, una mide 126 centímetros y la otra mide 1 metro con 20 centímetros. ¿Cuál es más larga?*
- *La línea de micros 712 tiene un recorrido de 38 km., ¿recorre más o menos que 50.000 metros?*

- *En un vaso, ¿entrará más o menos que medio litro de agua? ¿y que 200 ml?*
- *En un balde entran 5 kilos de cemento, ¿cuántos baldes de 500 gramos se pueden llenar?*
- *Para hacer 4 pizzas se usa 1 litro de agua, ¿será cierto que para cada pizza se necesitan 250 mililitros de agua?*

Estos problemas invitan a utilizar las equivalencias entre unidades de medida de uso más frecuente:

- metros, centímetros y kilómetros
- kilos y gramos
- litros y mililitros

Pero a su vez promueven un retorno a la multiplicación y división en términos de proporcionalidad. Es decir, si en 1 kilómetro hay 1.000 metros, esta información -y el apoyo en las relaciones de proporcionalidad- permite reconocer que en 38 kilómetros habrá 38.000 metros. Se trata de favorecer la identificación, por parte de los alumnos, del recurso de la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros como aquel recurso que permite dar cuenta de las relaciones entre las diferentes unidades de medida.

En este mismo tipo de problemas, a partir de las cantidades que se presenten, las fracciones y las expresiones decimales podrán estar presentes pues, en los procesos de medición, los números racionales son herramientas indispensables:

- *Este pizarrón mide 2 metros y 45 centímetros. ¿Cuál de las siguientes escrituras representa la longitud del pizarrón: 245 cm; 2,45 m; 24,5 m; 245 m*
- *Juan camina medio kilómetro para llegar a la escuela. ¿Cuántos metros recorre?*
- *Una tira de madera mide 0,5 metros. ¿Cuántos centímetros le faltan para llegar al metro?*

Otro tipo de problemas que se puede proponer a los alumnos de 4° año son aquellos que en los que es suficiente la estimación de longitudes, capacidades y pesos. Por ejemplo situaciones que exijan seleccionar una unidad de medida conveniente (convencional o no), "a ojo" o por medio del cálculo, para desarrollar la comparación o estimación de longitudes, capacidades o pesos. Por ejemplo:

- *¿Cuál es la altura aproximada del árbol que se ve desde la ventana?*
- *¿En cuál de estas jarras entra más agua?*
- *¿Cuánto pesará aproximadamente un perro? ¿Y un elefante?*
- *Anoten, al lado de cada cantidad, un objeto que pueda tener la medida que se indica en cada caso:*

  1 kilogramo ....
  50 centímetros ....
  10 litros ....
  75 gramos ....
  500 mililitros ....
  1/4 kilogramo ....
  3/4 litro ....

Se busca que los alumnos puedan ir construyendo una imagen mental de cuánto es o cuánto ocupa, aproximadamente, cada unidad de medida y, a partir de allí, estimar otras. Por ejemplo, reconocer que en una botella de plástico entra un litro y medio permite anticipar que en un balde pueden llegar a entrar cerca de 10 botellas, entonces un balde podría tener capacidad para contener entre 10 y 15 litros.

En 5° año se podrá profundizar este tipo de trabajo avanzando en nuevas relaciones que podrán apoyarse en las particiones de la unidad de medida, involucrando ahora otras unidades de medida. El docente podrá proponer a los alumnos diferentes tipos de problemas que permitan identificar las equivalencias entre las distintas unidades de medida, apelando una vez más a las características del sistema de numeración, la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros y a las relaciones de proporcionalidad directa. Por ejemplo

- *Completar las siguientes tablas:*

Litros	*3*	*6*			*9*
Mililitros	*3000*		*2000*	*2500*	

Metros		*5000*		
Kilómetros	*2*		*100*	*4*

- *Si en una botella hay un litro de agua, ¿cuántos goteros de 10 ml se podrían llenar? ¿Y de 1 decilitro?*

- *¿Cuál de las siguientes cajas es más pesada: la de 300 decagramos, la de 2 kilogramos o la de 30 hectogramos?*

Se trata de que los alumnos puedan poner nuevamente en funcionamiento la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros y las propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa para enfrentarse a este tipo de problemas. La presentación en tablas podría colaborar en el reconocimiento de las relaciones de proporcionalidad. Pero a su vez, se busca favorecer el reconocimiento de que, en algunas oportunidades, conviene escribir las medidas en una única unidad para poder realizar comparaciones. Es decir, si se considera que en 1 litro entran 1000 mililitros, es más sencillo arribar a la conclusión de que se llenan 100 goteros de 10 mililitros si se dispone de 1 litro de agua, pues en 100 goteros de 10 mililitros hay 1.000 mililitros que equivalen al litro.

Para cada atributo de los objetos (longitud, capacidad o peso) se pueden también proponer situaciones que permitan a los alumnos no solo avanzar en la identificación de relaciones entre las unidades de medida, asociadas a la organización del sistema de numeración y a las relaciones de proporcionalidad directa, sino llegar a las equivalencias apelando a expresiones decimales y fraccionarias. Se busca que los alumnos identifiquen que 1/100 del metro equivale a 1 centímetro así como que 1000 mililitros equivalen a un litro, 1 mililitro equivale a 1/1000 de litro, y que equivale a 0,001 litros, o bien que la milésima parte del gramo es 1 miligramo, y que 0,250 gramos equivalen a 250/1000 de gramos, es decir, 250 miligramos, pues se trata de 250 de cada uno de los mil que entran en el gramo. Algunos ejemplos de problemas podrían ser los siguientes:

- *¿Cuáles de estas igualdades son verdaderas?*
  1 ml = 0,001 litro

1 ml = 0,01 litro
1 ml = 1/100 litro
1 ml = 1/1000 litro

- *Una bolsa pesa 2370 mg y otra pesa 2,3 kg, ¿cuál es más pesada?*

- *Completen las siguientes tablas:*

kilogramos	*1*	*1/2*		*1,25*		*0,15*
gramos	*1000*		*750*		*100*	

Litros	*1*		*4,25*	*5,25*		*7 1/2*
Mililitros	*1000*	*3000*			*6500*	

Metros	*3*	*6*		*1,5*		*30*
milímetros	*3000*		*1.500*		*300*	

- *Paula es pediatra y necesita calcular la dosis de un remedio para indicarle a un paciente. Ella tiene anotado que para un chico de 9 años, la dosis correspondiente es de 15 mililitros por cada 10 kilos de peso, por día, y esta dosis se debe repartir en tres tomas iguales. ¿Qué cantidad de remedio le debe indicar en cada toma a Martín, que tiene 9 años y pesa 42 kilos?*

Este tipo de problemas favorece también que los alumnos se involucren en prácticas argumentativas. Se trata de indagar acerca de los motivos por los cuáles son válidas ciertas equivalencias. Por ejemplo explicar que 7 litros y 1/2 equivalen a 7500 mililitros pues en un litro hay 1000 mililitros y en 1/2 litro hay 500 mililitros. Luego, en 7 litros habrá 7000 mililitros, más los 500 ml del 1/2 litro permiten obtener los 7.500 ml. Este tipo de razonamiento se basa en relaciones de proporcionalidad, la multiplicación por la unidad seguida de ceros y el reconocimiento de fracciones de enteros. Dichos recursos posibilitan dar cuenta de la validez del resultado obtenido.

Otra clase de problemas que se puede proponer en 5° año son aquellos que demandan cálculos aproximados de longitudes, capacidades y pesos así como estimaciones. Se trata de usar las relaciones entre las diferentes unidades de medida y el cálculo para dar cuenta de las estimaciones y aproximaciones. Por ejemplo:

- *Averigüen cuántos tomates pesan aproximadamente 1 kg.*

- *¿Cuántas naranjas se necesitan para obtener 2 kilos?*

- *Estimen y anoten las siguientes medidas.*
  El peso de sus mochilas.....
  La longitud del mástil de la bandera....

La cantidad de leche que entra en una jarra de la cocina de la escuela....

• *Si un escalón mide 25 cm, ¿cuántos escalones habrá que subir aproximadamente para llegar a un segundo piso?*

• *¿Es posible que un elefante pese 30 hectogramos?*

• *¿Cuántas jarras de 2 litros se necesitan aproximadamente para llenar un balde?*

• *Cuántos litros de agua entran aproximadamente en una pileta de lona que tiene 2 metros de largo, 1 metro de ancho y 50 centímetros de altura?*

• *Para cada uno de los ejemplos siguientes, anoten si les parece necesario tomar una medida precisa o una medida aproximada. Justifiquen su respuesta.*
Se corta un vidrio para colocar en una ventana.....
Se corta papel para forrar un cuaderno.....
Se corta tela para hacer una camisa.....
Se calcula cuánta bebida se comprará para cierta cantidad de invitados.....

Con este tipo de situaciones se busca que los alumnos puedan estimar diferentes medidas "a ojo", mediante cálculos aproximados, mediante el uso de relaciones de proporcionalidad directa, a partir de una representación mental de las unidades de medida con las que se trabaje. Por ejemplo, para el problema de estimar cuántos tomates pesarán 1 kg, es esperable que algunos alumnos sostengan que no es lo mismo si los tomates son grandes o si son chicos, o para el problema de las naranjas que también dependerá del tamaño de las mismas. Estimar también involucra la posibilidad de condicionar las aproximaciones, es decir, anticipar que si son tomates de un cierto tamaño tal vez se necesitarán cerca de seis, en cambio si son más chicos se necesitarán cerca de ocho.

Otro aspecto de la estimación será que los alumnos puedan analizar en qué situaciones las medidas que se requieren son más o menos aproximadas y en cuáles se necesitan medidas un poco más precisas.

En 6° año es posible ofrecer a los alumnos diferentes oportunidades para profundizar las equivalencias entre las unidades del Sistema Métrico Legal para longitud, capacidad y peso. Para ello, el docente podrá proponer diferentes tipos de problemas que permitan recuperar las equivalencias entre las distintas unidades de medida, apelando nuevamente a las características del sistema de numeración, la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros, las relaciones de proporcionalidad directa y las expresiones decimales y fraccionarias. Por ejemplo:

• C*ompletar las siguientes tablas:*

Litros	*3*	*1,5*			*7,5*
Mililitros	*3000*		*300*	*30*	

Metros			*100*	*50*
Kilómetros	*2*	*1/4*		

Hectolitros		*3*	*1,5*		*7,5*
Litros	*300*		*30*	*3000*	

Kilogramos	*3*	*1,5*			*7,5*
Miligramos	*3.000.000*		*30.000*	*3.000*	

• *Manuela le cuenta a Pablo que quiere colocar en un álbum de figuritas que mide 24 m de largo, 9 figuritas de 29 mm de largo. Casi sin pensar, Pablo le dice que no entran.¿Cómo puede saber Pablo la respuesta tan rápidamente?*

• *Expresen en gramos cada una de las siguientes cantidades.*

a. 1,5 kg =   *b.* 1450 cg =

c. $\frac{20}{100}$ kg =   *d.* $3\ \frac{1}{4}$ kg =

• *Un auto consume 30 litros de nafta para hacer 330 kilómetros y otro auto consume 2.000 mililitros para hacer 25.000 metros. ¿Cuál de los dos consume menos?*

• *Una pieza de queso pesa* $3\ \frac{4}{5}$ *kg. ¿Cuántos paquetes de queso rallado de 150g se pueden llenar?*

Otro tipo de problemas demandan a los alumnos establecer relaciones un poco más complejas, a partir de las unidades de medida y sus equivalencias, recurriendo además a ciertos cálculos y aproximaciones. Por ejemplo, la elaboración de una dieta en función de la cantidad de calorías; calcular la dosis de un cierto medicamento en función del peso y de la edad de la persona; analizar las relaciones óptimas entre altura y peso de una persona; etc. Algunos problemas podrían ser:

• *La siguiente tabla indica la cantidad de proteínas y calorías que contienen ciertos alimentos, cada 100 gramos*

Alimento	Ración	Proteínas en gr.	Calorías
Pavo: pechuga sin piel	100g	28	157
Vacuno: bife angosto	100g	21,3	98
Pollo: pechuga sin piel	100g	26	142
Leche de vaca	100ml	3,4	48
almendras	100g	19	554
soja	100g	7	75
Queso fresco	100g	7,5	47
Yogur descremado	100g	3,8	69
huevos	1	12,9	160
lentejas	100g	23,5	301

a) ¿Cuánta proteína aportan 300 g de pechuga de pollo, $\frac{1}{2}$ *kg de bife angosto, 0,25 kg de queso fresco y 2 huevos?. Exprésenlo en gramos.*

b) Armen una dieta que aporte como mínimo 30 g de proteína.

c) De acuerdo con las mas recientes Normas de Ingesta Recomendada de Nutrientes, el consumo diario de proteínas que se recomienda a los adultos es el que sigue : Las mujeres de 19 a 70 años necesitan 42g de proteína al día. Los hombres de 19 a 70 años necesitan 54g de proteína al día. Armen una dieta semanal para un hombre y una mujer adultos.

- *Un remedio indica que la dosis es de 3 ml cada 5 kg de peso. ¿Cuánto tiene que tomar aproximadamente Juan que pesa 37 kilos?*

- *Decidan si las siguientes igualdades son correctas o no*

$20\ g = \frac{200}{1.000}\ hg \qquad 200\ g = \frac{2}{100}\ hg$

$200\ cg = 0{,}02\ hg \qquad 2000\ g = 2\ hg$

Otro grupo de problemas que se podrá ofrecer a los alumnos de 5º o 6° año involucran tratar con medidas que se utilizan en otros países, en contextos poco familiares, pero que responden a reglas y equivalencias que los alumnos podrán analizar. Se busca ofrecer la posibilidad de conocer dichas medidas, explorar su modo de funcionamiento, conocer algunas de sus ocasiones o lugares de uso y disponer de información sobre algunas de sus equivalencias con las medidas que ya han sido estudiadas. Por ejemplo:

- *¿Cuántos litros hay en un galón?*

- *La onza ¿es una medida de peso o de longitud?*

- *¿En qué oportunidades se usa la legua? ¿Y la yarda?*

- *Mil leguas de viaje submarino, ¿cuántos km son?*

En la actualidad, en ciertos contextos como ser la informática, se utilizan unidades de medidas que hasta hace pocos años no existían El docente podrá proveer información al respecto, sin pretender que los alumnos las memoricen ni recuerden las equivalencias. Se trata de posibilitar su conocimiento e interpretación. Por ejemplo:

- *¿Qué se mide con los megabytes?*

- *¿Qué capacidad de memoria puede tener una computadora? ¿Y un CD?*

- *¿Qué representa 1 giga?*

- *¿Qué medida es más grande: un kilobyte o un megabyte?*

- *La computadora de Juan tiene memoria de 256 mega. La de Carlos de 1 giga. ¿Cuál tiene más memoria?*

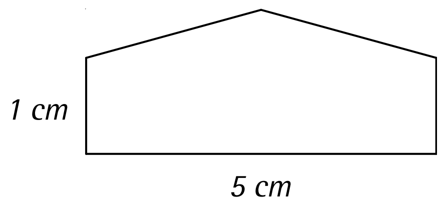
Se propone que el trabajo con este tipo de situaciones sea exclusivamente exploratorio, de búsqueda de información, de interpretación de dicha información de manera tal de tener un acercamiento a la medición de otras magnitudes y de otras unidades de medida.

II- Algunos aspectos centrales del tratamiento del perímetro y el área de figuras

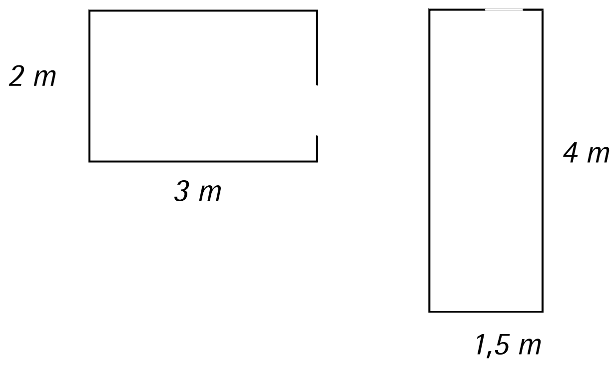
El trabajo en torno al perímetro podrá desarrollarse a partir de 5° año mediante algunos problemas que demanden la medición efectiva, la aproximación o bien el cálculo para determinar o comparar perímetros de figuras rectilíneas. Por ejemplo:

- *Los jugadores de un equipo de fútbol comienzan siempre el entrenamiento dando tres vueltas completas a la cancha que tiene 105 metros de largo y 75 metros de ancho. ¿Cuántos metros recorren, aproximadamente en la entrada en calor?*

- *Marisa dice que puede asegurar que el perímetro de esta figura es mayor que 12 cm pero menor que 20 cm. ¿Están de acuerdo? Expliquen por qué.*



- *El siguiente dibujo es el plano de las dos habitaciones de una casa*

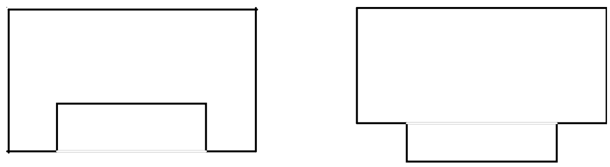


Se quiere colocar un zócalo de madera en todo el contorno. ¿Cuántos metros de madera hay que comprar aproximadamente?

Los diferentes problemas permitirán empezar a familiarizarse con las ideas sobre la noción y el cálculo del perímetro. A su vez promoverán que los alumnos puedan elaborar algunas estrategias que permitan generalizarse, por ejemplo, que se pueden sumar las medidas de los lados, que en el caso de los cuadrados se puede multiplicar por cuatro la medida de uno de sus lados, que en el caso de los rectángulos se pueden sumar dos lados y luego calcular el doble, etc.

Otros problemas permitirán poner en evidencia que figuras de diferentes formas pueden tener el mismo perímetro, así como figuras de la misma forma pueden tener diferentes perímetros. Por ejemplo:

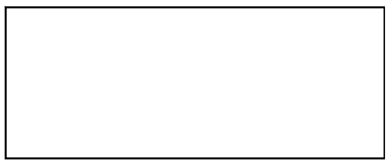
- *¿Será cierto que las figuras que se presentan tienen el mismo perímetro? No "vale" medir.*



- *El siguiente rectángulo tiene 14 cm de perímetro*

5 cm

2 cm



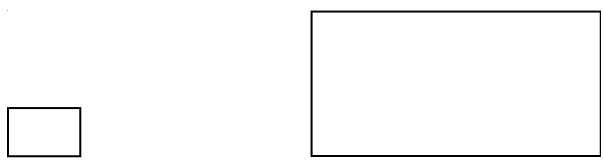
¿Será cierto que si se aumenta en 1 cm cada lado de 5 cm y se disminuye en 1 cm cada lado de 2 cm, se obtiene otro rectángulo que también tiene 14 cm de perímetro? Encuentren alguna forma de justificar que ambos rectángulos tienen 14 cm

- *El perímetro de un rectángulo es de 12 cm. ¿Cuáles pueden ser las medidas de sus lados? ¿Hay una única posibilidad?*

A partir de estas primeras ideas acerca del perímetro, se propondrá luego su tratamiento para diferenciarlo del área.

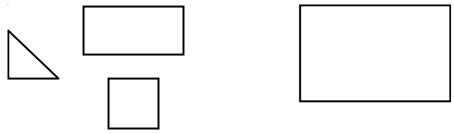
Se podrá iniciar, también en 5° año, un trabajo que permita a los alumnos aproximarse a la noción de área de una figura rectilínea, a partir de proponer problemas que demanden medir y comparar áreas utilizando diferentes recursos: cuadrículas, superposición, cubrimiento con baldosas, etc. Por ejemplo:

- *¿Cómo se puede hacer para calcular la cantidad de cerámicos que se necesitan para cubrir el piso de un patio representado en el dibujo con un rectángulo grande, si cada cerámico es como el que se representa con un rectángulo chico?*



También se podrán proponer varias unidades de medida para medir la misma figura, estableciendo comparaciones entre los números que indican el área y la unidad de medida seleccionada. Por ejemplo:

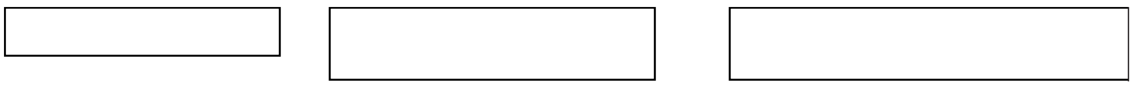
- *Determinar el área del rectángulo más grande, usando como unidad de medida cada figura:*



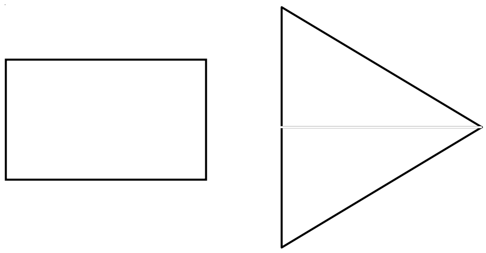
Con estos problemas se busca que los alumnos identifiquen el área con la cantidad de "baldosas" (en realidad serán unidades de medida) que permiten cubrir la figura. A su vez, se trata de avanzar en una idea acerca de que si disminuye la unidad de medida, aumenta el números que indica el área. Por otra parte dos de las baldosas triangulares equivalen a una baldosa cuadrada y dos baldosas cuadradas a una rectangular. El análisis de algunos resultados obtenidos permitirá anticipar, para otras figuras dadas, que si la unidad de medida se reduce a la mitad, se necesitan el doble de unidades para cubrir la misma superficie o si se usa una unidad del doble de superficie se requerirá la mitad de unidades para cubrirla.

Otro conjunto de problemas que pueden proponerse a los alumnos de 5° año implican comparar áreas "sin medirlas". Por ejemplo:

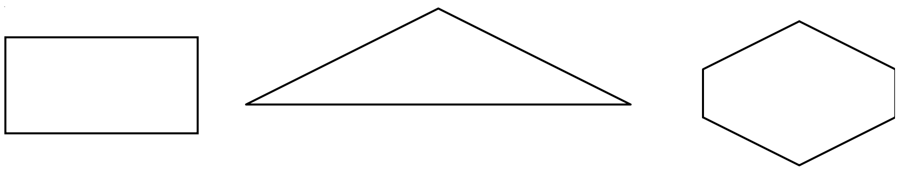
- *¿Cuál de las tres figuras tienen área más grande?*



- *¿Será cierto que estas dos figuras tienen la mismo área?*



- *Camilo dice que estas tres figuras tienen la misma área, y tiene razón. ¿Cómo habrá hecho para darse cuenta?*



En este tipo de situaciones los alumnos podrán identificar si una figura tiene mayor, menor o igual área que otra sin necesidad de conocer aún las fórmulas para el cálculo. También se busca que los alumnos identifiquen que una figura puede ser el resultado de "partir" la otra y "reordenar" las partes. Y este análisis permitirá concluir que si a una superficie no se quita ni agrega nada, las áreas serán iguales aunque cambien de forma.

En esta misma dirección se podrá proponer a los alumnos de 5° año situaciones que involucren una exploración de la independencia de las variaciones del área y del perímetro de una figura, sin recurrir necesariamente a la utilización de unidades de medida. Se espera que los niños logren identificar que el perímetro de una figura puede aumentar, mientras que el área puede disminuir de manera tal de colaborar en explicitar la diferencia entre el área y el perímetro de figuras rectilíneas. Por ejemplo:

- *Realizarle alguna modificación al siguiente rectángulo de manera tal de obtener una figura de mayor área y de mayor perímetro.*

Este caso no presenta una gran dificultad a los alumnos ya que suelen identificar que si se aumenta el tamaño de los lados, la figura resultante será de mayor perímetro y de mayor área.

- *Realizarle alguna modificación al siguiente rectángulo de manera tal de obtener una figura de menor área y de menor perímetro.*

En este caso, de manera inversa al anterior, si se disminuyen las longitudes de los lados, disminuyen tanto el área como el perímetro.

- *Realizarle alguna modificación al siguiente rectángulo de manera tal de obtener una figura de igual perímetro pero de menor área.*

Para este caso es esperable que a primera vista los alumnos sostengan que es imposible. Se trata de analizar junto con ellos la posibilidad de recuperar aquellos problemas en los cuáles se proponían construir o analizar figuras diferentes pero de igual perímetro. En este caso habrá que incluir la idea de que, para que disminuya el área, hay que "sacarle un pedazo". Y si lo que se quita preserva el perímetro, se logra arribar a la construcción. Si al rectángulo original se le "saca" una esquina, se puede obtener otra figura que cumple las condiciones solicitadas:

El mismo tipo de análisis permite resolver un problema como el siguiente:

• *Realizarle alguna modificación al siguiente rectángulo de manera tal de obtener una figura de igual perímetro pero de mayor área.*

Otro ejemplo podrá ser:

• *Realizarle alguna modificación al siguiente rectángulo de manera tal de obtener una figura de igual área pero mayor perímetro.*

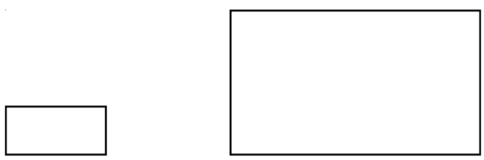
En este caso, se trata de analizar que para preservar el área no se debe "quitar ni poner nada". Cortar una parte y desplazarla a otro lugar podrá favorecer el incremento del perímetro, manteniendo la misma superficie. Por ejemplo:

Estos problemas apuntan a que los alumnos avancen en la comprensión de la idea del perímetro y del área e identifiquen la independencia que hay entre estos atributos de las figuras. En particular se espera que aprendan a reconocer que si cambia una de estas medidas, la otra puede o no cambiar, e incluso puede cambiar en sentido inverso que la primera. No se espera en 5º año que los alumnos usen cálculos ni fórmulas para determinar estas relaciones. Se trata de trabajar en la composición y descomposición de figuras mediante recortes y superposiciones, realizados de manera empírica o bien imaginarlos.

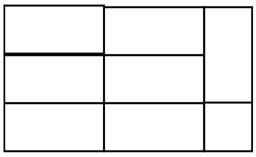
Si bien es esperable que para abordar este tipo de problemas los alumnos realicen recortes, superposiciones, mediciones "caseras", será interesante que el docente promueva avanzar desde lo "visible o medible" hacia la elaboración de explicaciones que apelen a las transformaciones que se han operado sobre las figuras.

Otros problemas que se podrá proponer a los alumnos en 5° año implican usar fracciones para expresar el área de una superficie, considerando otra como unidad. En estos casos tampoco se aspira a que los alumnos recurran a fórmulas o cálculos. Deberán sí fraccionar la unidad de medida para determinar el área. En consecuencia, esta medida deberá ser expresada con fracciones. Por ejemplo:

• *Determinar el área del rectángulo más grande usando como unidad de medida el rectángulo más pequeño*:

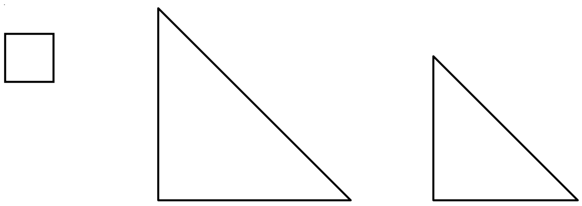


En este caso se selecciona una figura y una unidad de medida de tal modo que la unidad entre siete veces y media en el rectángulo, tal como se muestra en el siguiente dibujo:



El mismo tipo de trabajo se puede propiciar a través de este problema:

- *Usando el cuadradito como unidad de medida, determinen el área de cada triángulo:*

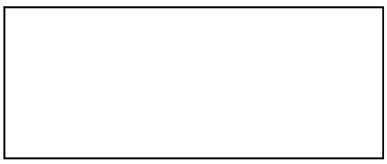


También es interesante proponer a los alumnos problemas en los que deban construir una figura a partir de una unidad de medida, solicitándoles que el área sea una cierta cantidad que involucre fracciones. Por ejemplo:

- *Usando como unidad de medida el siguiente rectángulo, dibujen dos figuras distintas que tengan un área de 2 1/4 unidades*

Un último tipo de problema para proponer a los alumnos de 5° año son aquellos en los que se conoce el área y hay que identificar o construir la unidad de medida que se usó. En estas situaciones se podrá apelar a cantidades enteras o fraccionarias. Por ejemplo:

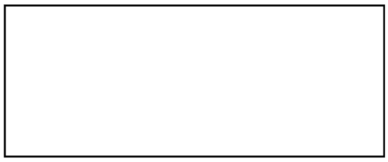
- *La siguiente figura tiene un área de 10 con respecto a una cierta unidad de medida. Dibujen la unidad de medida que se usó:*



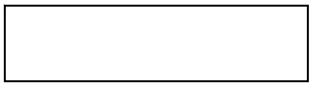
Como el rectángulo mide 2 cm por 5 cm, una unidad de medida que pudo haberse usado es un cuadradito de 1 cm de lado ya que entran 10 cuadraditos en el rectángulo. Otra unidad posible es un rectángulo de 1/2 cm por 2 cm ya que también se requieren 10 de estos rectangulitos para cubrir toda la superficie. La diversidad de soluciones posibles será una buena ocasión para retomar la idea acerca de que diferentes figuras pueden tener la misma medida de superficie.

El mismo tipo de análisis podrá promoverse a través del problema siguiente:

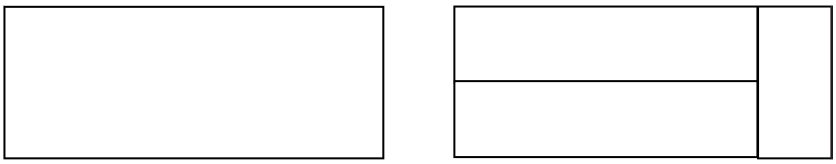
• *La siguiente figura tiene un área de 2 y 1/2 ¿Cuál es la unidad de medida que se usó? Dibújenla.*



En este caso se trata de que los alumnos imaginen que la unidad de medida se replica dos veces, se corta al medio y termina de cubrir el rectángulo. Por lo tanto, dicha unidad podrá ser la siguiente:



Con esta unidad, el rectángulo podrá ser cubierto de la siguiente manera:

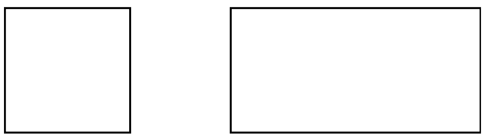


En 6° año se podrá ofrecer a los alumnos problemas que afiancen la diferenciación entre área y perímetro como magnitudes independientes, más allá del modo de calcular ambas medidas. De allí que en un comienzo las situaciones podrían poner el acento en "transformar figuras" de manera tal que varíe el área independientemente del perímetro y viceversa, tal como se ha ejemplificado para 5° año.

Posteriormente, se podrá avanzar con el tratamientos de problemas que exijan analizar la variación del perímetro de un rectángulo en función de la medida de sus lados en figuras sobre papel cuadriculado, habilitando el despliegue de diferentes recursos para medir o comparar como ser contar cuadraditos, plegar, superponer, o apelar a la regla y las unidades de medida convencionales.

Por ejemplo:

• C*omparar el perímetro de las siguientes figuras:*



• *Dibujar un rectángulo que tenga 16 cm de perímetro.*

• *¿Se podrán dibujar dos rectángulos diferentes cuyos perímetros sean de 10 cm?*

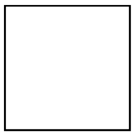
• *Dibujar dos cuadrados de manera tal que el perímetro de uno de ellos sea el doble que el perímetro del otro.*

El siguiente problema apunta a explorar la relación de proporcionalidad entre la medida del lado de un cuadrado y el perímetro, ya que si se duplica el lado del cuadrado, se duplicará su perímetro, si se triplica, se triplicará, etc.

- *¿Será cierto que si se duplica la medida de los lados de un cuadrado se duplica su perímetro?*

De la misma manera se podrá presentar a los alumnos problemas en los cuáles se deba determinar la variación del área de figuras rectangulares en función de la variación de las medidas de sus lados. Esta será una ocasión para analizar que no se cumple la misma relación. Algunos posibles problemas para abordar la exploración de estas relaciones serán, por ejemplo:

- *El siguiente dibujo representa un cuadrado*



¿Será cierto que si se duplica la longitud del lado entonces se duplica su área?

- *El siguiente dibujo representa un rectángulo:*

¿Será cierto que si se duplica la longitud de cada lado entonces se cuadruplica su área?

Estos problemas promueven el análisis de que al duplicar la medida de los lados de un rectángulo su área se cuadruplica, a diferencia de lo que ocurre con el perímetro. Es decir, se busca que los alumnos puedan aproximarse a la idea de que la variación del perímetro es proporcional a la variación de la medida de sus lados, en tanto que la variación del área no es proporcional a la variación de la medida de sus cuatro lados.

El siguiente problema busca indagar sobre estas mismas cuestiones:

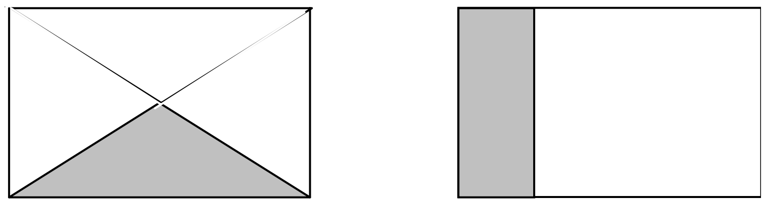
- *El siguiente dibujo es un rectángulo:*

Dibujen otro rectángulo cuya área sea el doble del que se presenta dibujado

En este caso, a diferencia de lo que ocurre en los problemas anteriores, para duplicar la medida del área es necesario duplicar la medida de los lados paralelos y no de los cuatro lados. Es decir, si se deja un par de lados paralelos fijos, la medida del área si será proporcional a la variación de la medida de los otros dos lados paralelos.

Otro tipo de problemas que se puede proponer a los alumnos de 6° año son aquellos que exigen apelar a fracciones para comparar el área de figuras o bien utilizar fracciones para expresar la relación entre dos superficies. Por ejemplo:

- *En los dos rectángulos, que son iguales, se sombreó una parte. ¿Hay una de las dos partes sombreadas que es mayor?*



Este trabajo podrá estar vinculado con la noción de fracción de manera tal de identificar qué parte de una figura es otra, en términos de fracciones.

Se podrá tratar incluso con problemas que demanden utilizar la multiplicación de fracciones para calcular el área de una figura. Se trata de situaciones en las cuales algunas de las medidas de los lados se presentan expresadas con fracciones, asociando este trabajo al propuesto para la multiplicación de fracciones. Por ejemplo:

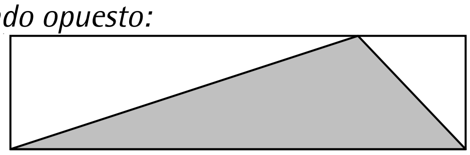
- *En un terreno rectangular se decide usar una parte para una cancha de fútbol. Del largo se destina 2/3 y del ancho 1/4 ¿qué parte del terreno se destina a la cancha?*

En 6º año, a partir del trabajo inicial con diferentes unidades de medida de área, se pueden abordar situaciones que permitan elaborar las primeras aproximaciones a las fórmulas a partir del cálculo de área con cuadraditos. A partir de estas elaboraciones de los alumnos, el docente podrá presentar las fórmulas convencionales y someterlas a análisis e interpretación. Se espera que una vez que han identificado la fórmula b x h para el rectángulo, puedan reconocer que el triángulo es la mitad de un rectángulo que tiene por lados la base y la altura, y que el rombo está formado por cuatro triángulos.

- *¿Cuántos cuadraditos de 1 cm de lado se necesitan para cubrir un rectángulo cuyos lados miden 6 cm y 8 cm?*

- *¿Cuántas baldosas de 1 metro de lado se necesitan para cubrir el piso del aula?*

- *El siguiente dibujo representa un triángulo, que no es rectángulo, ubicado dentro de un rectángulo. Comparten un lado y uno de los vértices del triángulo apoya en el lado opuesto:*



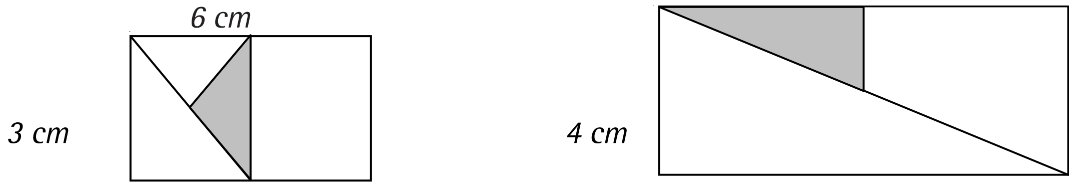
1,5 cm

6 cm

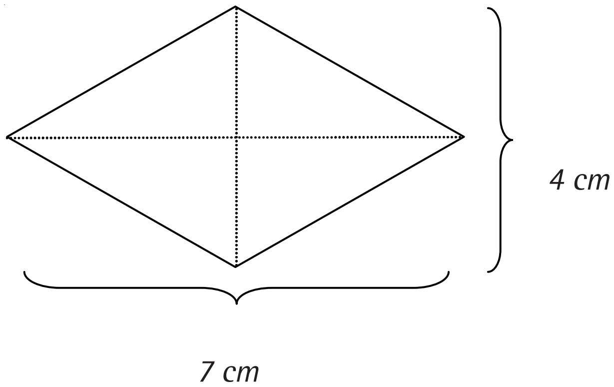
Martina dice que el espacio que ocupa el triángulo es la mitad del espacio que ocupa el rectángulo. ¿Será cierto?

- *Escriban las longitudes de los lados de tres rectángulos distintos que tengan 24 cm^2 de área.*

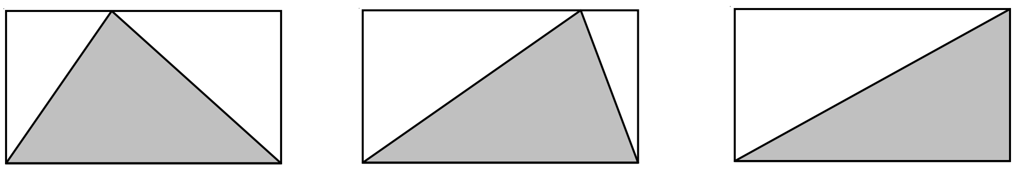
- *Calculen el área de la región sombreada, en cada caso, de dos maneras diferentes. Tengan en cuenta que se usaron puntos medios para armar los dibujos:*



- *Determinen el área del rombo que se presenta a continuación, usando como unidad de medida el cm2*:



- *Los siguientes triángulos están dibujados en tres rectángulos iguales. ¿Habrá alguno que tenga mayor área?.*



Paralelamente al análisis de diferentes estrategias para calcular superficies, se propondrá el estudio de algunas unidades convencionales: cm^2 y m^2, identificando que se trata de cuadrados de 1 cm de lado y de 1 metro de lado. Será interesante problematizar las equivalencias entre ambas unidades ya que suele ser costoso imaginar que entran 10.000 cm^2 en 1 m^2 . Se pueden proponer a los alumnos problemas variados que impliquen la determinación del área de figuras usando como unidad el cm^2 y el m^2 y las equivalencias entre m^2, cm^2, km^2 y ha. Por ejemplo:

- *¿Cuántos cuadraditos de un centímetro de lado entran en un cuadrado de diez centímetros de lado? ¿Y en un cuadrado de un metro de lado?*

- *¿Cuántos metros cuadrados entran en un terreno cuadrado de diez metros de lado? ¿Y en una manzana o hectárea?*

- *¿Cuál es el área del aula? ¿Y del patio?*
- *¿Cuántos m^2 equivalen a una hectárea?*
- *¿Cuántos cm^2 hay en una hectárea?*

Este tipo de situaciones podrá incluir el análisis de la información presentada en medios diversos sobre grandes extensiones así como la presencia de medidas expresadas utilizando fracciones o expresiones decimales. Por ejemplo:

- *Martina está buscando un departamento para alquilar. En el diario eligió algunos de los avisos clasificados:*

Hermoso depto. 2 ambientes luminosos de 3 x 2 c/u. Cocina de 2,5 x 1,5. Baño de 1,8 x 2 y Living de 5 x 3. Balcón de 4 x 1,2. Todos a la calle. Excelente estado.

Excelente depto de 3 ambientes, cocina, baño y balcón. Luminoso. Bajas expensas. Amplio. 35 m^2.

¿Cuál de los dos departamentos es más grande?

- *Si un metro cuadrado de un terreno cuesta $ 500, ¿cuál es el costo de un terreno de 3 hectáreas?*

- *¿Cuáles pueden ser las medidas de los lados de un rectángulo cuya área es* $\frac{3}{2}$ *cm^2?*

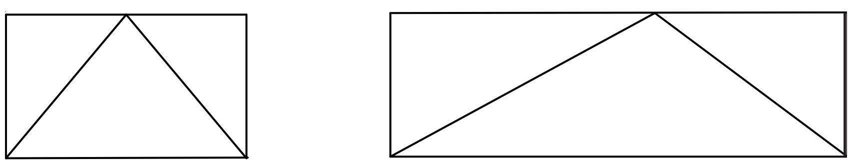
- *¿Cuál puede ser la medida del lado de un cuadrado de área 1/4 cm^2?*

- *Un rectángulo tiene lados de* 3/2 *cm y 5/4 cm. Calculen su área y su perímetro.*

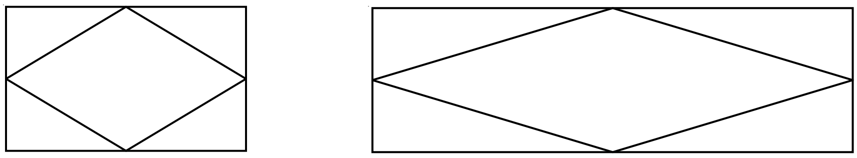
Este tipo de situaciones implica el uso de diferentes recursos que se abordaron a lo largo de los problemas anteriores. Se trata ahora de reflexionar sobre aspectos más internos del funcionamiento de dichos recursos, de analizar y explicitar las relaciones entre unidades de medida y las expresiones fraccionarias o decimales.

En 6° año podrá profundizarse el trabajo sobre la variación del área y del perímetro de una figura en función de la variación de la medida de algunos de sus elementos. Por ejemplo:

- *Los rectángulos siguientes tienen la misma altura y la base de uno de ellos mide el doble que la base del otro. ¿Es cierto que el área de uno de los triángulos es el doble que el área del otro?. ¿Cómo lo explicarías?*



- *Los siguientes rectángulos tienen la misma altura y una base mide el doble que la otra. Comparen las áreas de los dos rombos.*

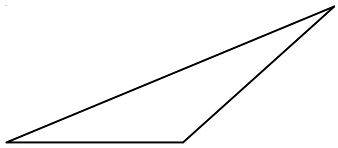


- *¿Qué sucede con el área de un triángulo si se duplica su altura?*

- *El área de un rectángulo es de 16 cm² ¿Es posible conocer el área de otro rectángulo cuyos lados miden el doble que los lados del rectángulo que tiene área de 16 cm²? Si creen que es posible, encuentre la medida de dicha área. Si creen que no es posible, expliquen por qué.*

- *Un triángulo tiene por base un segmento de 4 cm. y altura de 8 cm. Si se duplica su base y se reduce a la mitad su altura, ¿cómo se modificará su área?*

- *Construyan con regla, compás y escuadra un triángulo de manera tal que su área mida el doble que el área de este triángulo*:



Este tipo de problemas buscan identificar que no siempre se conservan las relaciones de proporcionalidad directa, cuando del área de una figura se trata. Se espera que los alumnos puedan reconocer que en un rectángulo, si se duplica uno de los lados se duplica el área, pero si se duplican ambos lados, el área se cuadruplica. En el caso del triángulo, si se duplica la base también se duplica el área, si se duplica la altura, también se duplica, pero si se duplican ambas, se cuadruplica el área.

Bibliografía sobre la enseñanza de la Medida en el Segundo Ciclo

Chamorro Ma. (1996), *El Currículum de medida en educación primaria y ESO y las capacidades de los escolares*. En UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas. Año 3, Nº 10. Barcelona. Ed. Graó.

Chamorro Ma. y Belmonte J. (1988), *El problema de la medida*. Madrid. Ed. Síntesis.

Consejo Provincial de Educación de Río Negro (1997), *La medida: un cambio de enfoque*. Documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática, disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

Douady, R y Perrin Glorian, M J (1992), *Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6to.*, 1º parte. Revista Hacer Escuela Nº 9.

Douady, R y Perrin Glorian, M J (1992), *Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6to.*, 2º parte. Revista Hacer Escuela Nº 11.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires (1992), *Taller de Resolución de problemas*, Dirección de Currícula, disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires (2004), *Diseño Curricular para la Escuela Primaria 2º ciclo*, disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Ponce, H. (2004), *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Novedades Educativas: Buenos Aires.

Segovia, I. y Rico, L. (1996) *La estimación en medida*. En UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas. Año 3, Nº 10. Barcelona. Ed. Graó.

Vergnaud, G. (1991): *El niño las matemáticas y la realidad*. México. Ed.Trillas.

Esta publicación se terminó de
imprimir en noviembre de 2007

Dirección General de Cultura y Educación