Matemática

Primer año

Números racionales II
Producto en Q^+

Serie PROFUNDIZACIÓN · NES

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Jefe de Gobierno
Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación
María Soledad Acuña

Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa
Diego Javier Meiriño

Directora General de Planeamiento Educativo
María Constanza Ortiz

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Director General de Tecnología Educativa
Santiago Andrés

Gerenta Operativa de Tecnología e Innovación Educativa
Mercedes Werner

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa
Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

Subsecretario de Carrera Docente y Formación Técnica Profesional
Jorge Javier Tarulla

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Sebastián Tomaghelli

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa.

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPLINED)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Javier Simón

Coordinación de Especialistas: Héctor Ponce, María Emilia Quaranta

Especialistas: Carla Cabalcabué, Rosa Escayola, Valeria Ricci, Inés Zuccarelli

Dirección General de Tecnología Educativa (DGTEDU)
Gerencia Operativa de Tecnología e Innovación Educativa (INTEC)
Mercedes Werner

Colaboración de Especialistas de Educación Digital: María Lucía Oberst, María de los Ángeles Villanueva

---

Coordinación de materiales y contenidos digitales (SSPLINED): Mariana Rodríguez
Colaboración: Manuela Luzzani Ovide

Agradecimientos: Julieta Aicardi, Octavio Bally, Pilar Casellas, Ignacio Cismondi, Natalia López

Edición y diseño (GOC)
Edición: Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Andrea Finocchiaro, Marta Lacour, Sebastián Vargas
Diseño gráfico: Silvana Carretero, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta
Actualización web: Leticia Lobato

Este material ha sido elaborado sobre la base del documento *Matemática. Números racionales. Aportes para la enseñanza. Nivel Medio*. GCABA, Ministerio de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula. 2da ed., 2008.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Matemática : números racionales II : producto en Q+ : Primer año. - 1a ed . - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Dirección General de Planeamiento Educativo, 2018.
Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-549-733-7

1. Educación Secundaria. 2. Matemática.
CDD 507.12

ISBN: 978-987-549-733-7

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa / Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum.
Av. Paseo Colón 275, 14º piso - C1063ACC - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
Teléfono/Fax: 4340-8032/8030

Presentación

La serie de materiales Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza en las que se ponen en juego tanto los contenidos –conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes– definidos en el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Resolución N.° 321/MEGC/2015, como nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

El tipo de propuestas que se presentan en esta serie se corresponde con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en la Resolución CFE N.° 93/09 para fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. Esta norma –actualmente vigente y retomada a nivel federal por la propuesta "Secundaria 2030", Resolución CFE N.° 330/17– plantea la necesidad de instalar "distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a: nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo de los profesores y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje". Se promueven también nuevas formas de agrupamiento de los estudiantes, diversas modalidades de organización institucional y un uso flexible de los espacios y los tiempos que se traduzcan en propuestas de talleres, proyectos, articulación entre materias, debates y organización de actividades en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas nuevas y emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para los estudiantes.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda la escuela secundaria para lograr convocar e incluir a todos los estudiantes y promover efectivamente los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Es importante resaltar que, en la coyuntura actual, tanto los marcos normativos como el *Diseño Curricular* jurisdiccional en vigencia habilitan e invitan a motorizar innovaciones imprescindibles.

Si bien ya se ha recorrido un importante camino en este sentido, es necesario profundizar, extender e instalar propuestas que efectivamente hagan de la escuela un lugar convocante para los estudiantes y que, además, ofrezcan reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, sigue siendo un desafío:

- El trabajo entre docentes de una o diferentes áreas que promueva la integración de contenidos.
- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el ejercicio de capacidades.

Los materiales elaborados están destinados a los docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza, desde estos lineamientos. Se incluyen también propuestas de actividades y experiencias de aprendizaje para los estudiantes y orientaciones para su evaluación. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica disciplinar y otra presenta distintos niveles de articulación entre disciplinas (ya sean areales o interareales). Se introducen también materiales que aportan a la tarea docente desde un marco didáctico con distintos enfoques de planificación y de evaluación para acompañar las diferentes propuestas.

El lugar otorgado al abordaje de problemas interdisciplinarios y complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas individuales y colectivas tienen efectos en un mundo interdependiente.

El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar a los estudiantes experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. Las capacidades son un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los estudiantes las desarrollen y consoliden.

Las propuestas para los estudiantes combinan instancias de investigación y de producción, de resolución individual y grupal, que exigen resoluciones divergentes o convergentes, centradas en el uso de distintos recursos. También, convocan a la participación activa de los estudiantes en la apropiación y el uso del conocimiento, integrando la cultura digital. Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los estudiantes.

En este marco, los materiales pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos. Pueden ofrecer una primera aproximación a una temática formulando dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar oportunidades de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que en algunos casos se podrá adoptar la secuencia completa o seleccionar las partes que se consideren más convenientes; también se podrá plantear un trabajo de mayor articulación entre docentes o un trabajo que exija acuerdos entre los mismos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, dando lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

Diego Javier Meiriño
Subsecretario de Planeamiento
e Innovación Educativa

Gabriela Laura Gürtner
Jefa de Gabinete de la Subsecretaría de
Planeamiento e Innovación Educativa

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de Profundización de la NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación. Estos reflejan la interactividad general de la serie.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa Adobe Acrobat Reader que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Portada

Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Pie de página

Volver a vista anterior — Al cliquear regresa a la última página vista.

Ícono que permite imprimir.

7 — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Menú interactivo

Orientaciones didácticas | Punto de partida | 1ra parte | 2da parte | Actividades

Orientaciones didácticas | Actividades | 1ra parte | 2da parte

El texto tiene un menú en cada página, cuyos colores indican las secciones que contiene. Las pestañas se encienden señalando el lugar donde está ubicado el lector.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al cliquear se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un vínculo a la *web* o a un documento externo.

"Título del texto"

Indica enlace a un texto.

Indica enlace a un sitio o documento externo.

(ver Actividad 1)

Indica enlace a la actividad.

Indica actividad individual.

Indica actividad grupal.

Orientaciones didácticas
Actividades

Introducción

El material que se presenta a continuación propone un trabajo sobre el documento *Matemática, Números racionales* 1.

Mientras que el documento mencionado está dirigido a docentes, este material de trabajo tiene a los estudiantes como destinatarios. Por esa razón, las consignas y las propuestas de actividades están redactadas considerando que ellos son los lectores. Además, se formulan algunas orientaciones didácticas para que el docente organice y administre la tarea.

El desarrollo de las propuestas supone que los estudiantes han trabajado con el documento de referencia, han realizado los problemas que allí se plantean y se encuentran –en el momento de abordar estas actividades– en una etapa de estudio y síntesis sobre el trabajo realizado.

Este último aspecto, el momento de recapitulación e identificación de lo que debe ser retenido resulta incluso más relevante si se tiene en cuenta el interés de acompañar desde la enseñanza a los estudiantes en sus procesos de estudio. Es decir, si se considera, en la planificación de la tarea de enseñar, la gestión de espacios de trabajo en los que ellos puedan analizar las actividades ya realizadas, reflexionando sobre lo que esas propuestas les han permitido aprender, accediendo de este modo a mayores niveles de autonomía.

Sin embargo, es lícito reconocer que generalmente este tipo de trabajo no es familiar para los estudiantes, quienes suelen creer que hacer matemática es solo resolver problemas y pueden desconcertarse ante este tipo de propuestas. Es importante, entonces, que el docente sostenga el propósito de estas actividades, para acompañarlos en la construcción de ciertas herramientas de estudio.

En este sentido, la finalidad de las propuestas de este material se vincula a las planteadas en el documento: *Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. Documento N° 2: La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática*, elaborado en la jurisdicción.

Se espera que los estudiantes puedan resolver las actividades individualmente o en parejas –según lo considere mejor el docente, teniendo en cuenta las características del grupo–, a partir del trabajo realizado en clase y de los registros en las carpetas. En los momentos que crea necesarios, el profesor podrá intervenir en este trabajo para desarrollar una discusión colectiva de las ideas revisadas en cada actividad.

"Matemática, Números racionales"

"Estudiar matemática"

Es importante señalar, finalmente, que las actividades propuestas remiten al capítulo 4, “Producto en Q^+”, del documento de referencia (páginas 57-67), y no al material completo. Constituyen un ejemplo del tipo de actividades de estudio que puede plantearse a los estudiantes y debería, por lo tanto, completarse con otras situaciones que permitan abordar el conjunto de contenidos que el material original contiene.

En particular, se vuelven a poner en discusión aquí algunas de las conceptualizaciones de la multiplicación elaboradas por los estudiantes para el trabajo con los números naturales, que deben ser revisadas al pasar al conjunto de los números racionales.

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje
• Números racionales positivos. • Producto en Q.	• Analizar los cambios que sufren las operaciones al pasar de los números naturales a los números racionales, en particular en la multiplicación. • Revisar la noción de divisibilidad construida para números enteros. • Recuperar la noción de inverso multiplicativo.

Punto de partida

El objetivo de este material es que los estudiantes puedan revisar y sistematizar los conocimientos que utilizaron en los problemas trabajados en clase sobre la multiplicación en Q:

- La multiplicación no puede ser pensada como una suma abreviada (excepto si los factores son enteros).
- No siempre la multiplicación da por resultado productos mayores que sus factores.
- Dados dos números racionales (distintos de cero), siempre se puede obtener uno a partir del otro, multiplicando a uno de ellos por un número racional.

Se espera que recuperen de la carpeta las ideas, estrategias y conclusiones a las que llegaron y resuelvan las siguientes actividades como forma de estudio del producto entre números racionales.

En relación con los objetivos de la actividad 1 (ver Actividad 1), en el ítem **a** se espera que los estudiantes puedan revisar lo trabajado en el problema 4 y reelaborarlo a partir de explicitar el procedimiento empleado. Es una manera de afianzar el recurso de apelar al uso del inverso multiplicativo, que se volverá a poner en práctica en el ítem **b** y en próximas actividades.

En esta instancia, de la misma manera que sucedió anteriormente en la clase, no se espera que los estudiantes resuelvan ecuaciones, sino que apelen a las estrategias discutidas en torno al problema 4. Una de estas estrategias pudo haber sido recurrir a la división y encontrar como solución el cociente entre 7 y 4. En este caso, los números en juego habilitan la apelación a este recurso.

Sin embargo, ante la búsqueda de nuevos pares de números cuyo producto sea 7, los estudiantes podrían reconocer ciertas limitaciones en la estrategia utilizada, ya sea la división o el tanteo. Por ejemplo, si buscaran por cuánto hay que multiplicar a 3 o a 6 para obtener 7, ya que las expresiones decimales en juego son periódicas. Por esta razón, se buscará poner el foco en la estrategia que primero busca el inverso multiplicativo de 4 $\left(\frac{1}{4}\right)$ y luego multiplica por 7, ya que la misma se podrá reproducir independientemente de cuáles sean los números elegidos. En este momento, el docente, si así lo desea, podrá pedirles a los estudiantes que digan qué pares de números dieron como respuesta en el ítem **b** y volver a desarrollar la estrategia con dichos números.

Al tratarse de una actividad que retoma un trabajo ya hecho, es posible que la parte más exploratoria del procedimiento sea relativamente breve para los estudiantes. La intervención del docente, entonces, puede centrarse en alentar a sus estudiantes a:

- comparar sus procedimientos iniciales con los que tiene ahora disponibles;
- señalar el nivel de generalidad que tiene el procedimiento que poseen; y, en ese sentido,
- remarcar que con este recurso es siempre posible "pasar" multiplicativamente de un número a otro en el campo de los números racionales.

Como puede apreciarse, la tarea del docente apunta a recuperar un conocimiento abordado en clases anteriores, pero que no se agota en la reedición de un recurso de cálculo, sino que al mismo tiempo apunta a que los estudiantes tomen conciencia del recorrido que les permitió elaborar ciertos aprendizajes.

En la segunda actividad (ver Actividad 2), se espera que los estudiantes puedan, en un primer momento, explicar con sus palabras qué es el inverso multiplicativo de un número.

Se busca que, apoyándose en el ítem **a** y en lo trabajado en el problema 5, recuperen la idea de que el inverso multiplicativo de un número *a* es un número *b* tal que $a \cdot b = 1$. En particular, en función de lo trabajado en clase, los estudiantes podrían reconocer que si el número *a* es un número natural distinto de 0, su inverso multiplicativo es $\frac{1}{a}$, y si el número *a* es una fracción, su inverso multiplicativo se podía obtener invirtiendo numerador y denominador.

Como se menciona en el documento de referencia "Matemática, Números racionales": "Se espera que estos conocimientos se pongan en funcionamiento a partir de la discusión generada en la clase. Cada docente decidirá el nivel de formalización que considere conveniente en función de las características del grupo de estudiantes".

"Matemática, Números racionales"

En relación al ítem **b**, donde la multiplicación $\frac{3}{7}.a$ tiene que dar como resultado 5 en lugar de 1, se pretende que los estudiantes distingan que podrían usar como punto de apoyo la estrategia que funcionó en el ítem **a** y lo trabajado sobre el problema 4. De esta forma, podrían explicar, por ejemplo, que se busca el inverso multiplicativo de $\frac{3}{7}$(es decir, $\frac{7}{3}$) para que dé 1 y luego multiplicar esa fracción por 5, obteniendo como resultado $\frac{35}{3}$.

El ítem **c** tiene por objetivo retomar la idea de que el cero es el único número racional que no tiene inverso multiplicativo. Aquí los estudiantes podrían recurrir a la estrategia de invertir numerador y denominador y analizar que una fracción no puede tener denominador cero. Otra opción podría ser que los estudiantes se pregunten por cuánto es necesario multiplicar al 0 para que dé 1 y observen que no es posible obtener ese resultado.

De manera similar, el ítem **d** busca trabajar sobre la idea de que el único número racional positivo cuyo inverso multiplicativo es el mismo número es el 1. En este caso, los estudiantes podrían, nuevamente, recurrir a la estrategia de invertir numerador y denominador, o a buscar qué número multiplicado por sí mismo da 1.

Luego, en el ítem **e** se plantea una nueva ecuación para que los estudiantes reconozcan que pueden reinvertir las estrategias desplegadas anteriormente en el problema 5b, y la resuelvan fortaleciendo y afianzando las ideas involucradas. En particular, no se espera que los estudiantes las resuelvan mediante "las reglas del despeje", sino apelando a lo trabajado en clase.

Para finalizar y en continuidad con esto último, se propone a los estudiantes que inventen un problema como los que vienen trabajando, para que de esta manera puedan identificar regularidades en las igualdades analizadas y sus resoluciones. Esta será, entonces, una posible instancia de reflexión en la que reconozcan que las estrategias involucradas son independientes de los números particulares de cada problema.

Una posible intervención del docente a propósito de esta actividad puede ser convocarlos a escribir colectivamente o en pequeños grupos una lista de cuestiones que es posible desprender de la tarea realizada. Se trata de que los estudiantes puedan pasar en limpio en una "versión oficial" el conjunto de relaciones que han utilizado, incluso algunas de ellas pueden elaborarse a partir de comparar el problema 5 con el 4. Por ejemplo:

- En los problemas 4 y 5 se utiliza el inverso multiplicativo, pero en este último, uno de los factores es una fracción. En el problema 4 el factor conocido es un número natural.
- En los problemas 4 y 5 analizamos que al multiplicar el factor dado por el inverso multiplicativo se obtiene 1.
- Una diferencia del problema 5 respecto del 4 es que hay que tener en cuenta cuánto hay que sumar a la multiplicación indicada.

En la actividad 3 (ver Actividad 3), se propone, en un principio (ítem **a**), recuperar las estrategias discutidas en clase para resolver los problemas 6 y 7. La noción de inverso multiplicativo permite encontrar dos números racionales cuyo producto es 1 y luego decidir por qué factor multiplicar al 1 para obtener el resultado pedido. Será un momento propicio para retomar la idea de que, para responder a la consigna, la elección del primer factor condiciona el segundo y, en consecuencia, que existen infinitas multiplicaciones que dan como resultado $\frac{7}{36}$.

A continuación, en el ítem **b**, se espera poder retomar la idea de cantidad de soluciones trabajada en el ítem **a**. Por otro lado, se busca concluir que, si bien solamente existen cuatro multiplicaciones entre números naturales que dan por resultado 24, al pensar el mismo problema en el conjunto de los números racionales, la cantidad de soluciones es infinita.

Esto constituye una ruptura con las ideas que los estudiantes elaboraron sobre el producto entre números naturales, donde la cantidad de multiplicaciones que dan como resultado un número natural *n* es finita. Este análisis permite volver nuevamente sobre el motivo por el cual no tiene sentido estudiar divisibilidad en $\mathbb{Q}$.

En la actividad 4 (ver Actividad 4) se pretende que los estudiantes puedan retomar lo trabajado en el problema 9 y reinvertir algunos de los conocimientos que se pusieron en juego allí.

Con las afirmaciones del ítem **a** se espera que los estudiantes recuperen que la cantidad de soluciones varía según el conjunto numérico en el que se resuelve. Más aún, en este caso hay igualdades y desigualdades que no tienen solución en un conjunto numérico, y sí en otro. Además, en tanto las mismas involucran al número 1, este primer ítem permite volver sobre las ideas trabajadas anteriormente en relación con el inverso multiplicativo.

En particular, en el caso de la afirmación *iv*, la recta numérica podría –tal como sucedió en el problema 9– servir como un punto de apoyo para reconocer el conjunto solución en Q.

En el ítem **b** se espera que los estudiantes puedan revisar lo trabajado sobre esta actividad y elaborar, con palabras propias, un escrito que sintetice las ideas y estrategias desplegadas para su resolución.

En el primer ítem de la actividad 5 (ver Actividad 5), se busca estudiar la idea de que “multiplicar agranda”, ya que la misma es una concepción parcialmente errónea que suelen tener los estudiantes, en tanto es válida para el conjunto de los números naturales pero no para el conjunto de los números racionales.

En el problema 10 se trabajó sobre esta idea, de forma que es posible que para responder los estudiantes se apoyen en los ejemplos previamente analizados. Al igual que con el problema 10, esta actividad es una nueva oportunidad para trabajar sobre la especificidad de la argumentación en matemática y el papel que pueden jugar los ejemplos y contraejemplos. En este caso, para mostrar que no es cierto que “multiplicar siempre agranda”, los estudiantes podrían mostrar un ejemplo donde esto no suceda.

En relación con el ítem **b** se espera que sea un momento para retomar lo trabajado hasta aquí, incluyendo los problemas del capítulo 4 –como también las actividades de este material–, con el propósito de analizar las afirmaciones que se presentan, agregando ejemplos y explicaciones.

En líneas generales, se busca revisar las ideas en torno a:

- la definición del inverso multiplicativo y técnicas de resolución de problemas que lo requieran;
- la cantidad de soluciones de una determinada igualdad –o desigualdad–, dependiendo del conjunto numérico donde se analice;
- el hecho de que en el conjunto de números racionales existen infinitas multiplicaciones que dan por resultado el mismo número y, en consecuencia, la pérdida de sentido del estudio de divisibilidad en Q;

- la afirmación "multiplicar agranda" resultaba verdadera en el conjunto de los números naturales, pero no así en el conjunto de los números racionales.

La actividad 6 (ver Actividad 6) tiene como objetivo la escritura de una "versión oficial" de los conocimientos que se han puesto en juego a lo largo de los problemas.

Es posible que el docente haya propuesto en las situaciones previas la escritura de conclusiones, consejos o indicaciones sobre aquellos aspectos que fueron identificados como importantes de ser "atrapados". En esta oportunidad, la intención es elaborar de manera colectiva un texto que reúna aquellas formulaciones y que, al ser guardado en formato digital, esté accesible para los estudiantes y pueda ser revisado y reelaborado en nuevas versiones, si fuera necesario.

La escritura de estas ideas es un hecho relevante en el trabajo del aula, en tanto también refleja una manera de dejar por escrito los acuerdos, ideas y consensos a los que ese grupo específico llega durante el proceso de estudio.

Evaluación

Como se mencionó en la introducción de este documento, las actividades aquí planteadas apuntan a que los estudiantes puedan revisar el trabajo ya realizado. Se trata ahora de que analicen los conocimientos adquiridos desde la perspectiva más amplia que les ofrece el recorrido ya transitado.

En ese sentido, el avance de los estudiantes no estaría dado tanto por el aprendizaje de nuevas ideas –que ya fueron tratadas al abordar los problemas originales–, sino por el conjunto de relaciones que consiguieran establecer, por las explicitaciones que pudieran formular y por la consistencia de las explicaciones que progresivamente estén en condiciones de producir.

Este documento, como se ha dicho, propone a los estudiantes un conjunto de situaciones de estudio con el propósito no solo de profundizar un contenido específico, sino también de colaborar con ellos, desde la enseñanza, en la construcción de mayores niveles de autonomía. Ese aspecto también puede ser tenido en cuenta en la ponderación de sus avances. Se trata, sin dudas, de una construcción de largo plazo, en la que es posible –y necesario– alentarlos en la consideración de este tipo de tareas como uno de los recursos a los que pueden apelar para estudiar este y otros contenidos del área. Es decir, ayudar a los estudiantes a trascender el plano de la resolución de las actividades puntuales para ir construyendo la idea de que para estudiar matemática es posible realizar otras actividades, además de rehacer problemas similares a los resueltos en clase.

Por último, es probable que estas actividades sean previas o constituyan parte de la preparación para la evaluación que los docentes tomen sobre los contenidos planteados. El desempeño de los estudiantes en ese dispositivo a partir del trabajo realizado puede constituir otro de los elementos de evaluación.

Bibliografía

GCABA. Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento Educativo. Gerencia Operativa de Currículum. *Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires. Ciclo Básico de la Formación General*, 2015.

GCABA. Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento. Dirección de Currícula. *Matemática. Números racionales*. Aportes para la enseñanza, 2006.

GCABA. Secretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento Educativo.*La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar Matemática*. Serie Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio, *2005*.

Tarasow, Paola. *La tarea de planificar*. Serie Enseñar Matemática en la EGB. Buenos Aires, Tinta Fresca, 2006.

Notas

1 GCABA. Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento Educativo. Dirección de Currícula y Enseñanza. *Matemática*. *Números racionales*. Aportes para la enseñanza, 2006.

Introducción

Esta propuesta tiene como objetivo que puedan revisar y sistematizar los conocimientos que utilizaron en los problemas trabajados en clase sobre la multiplicación en Q. Se espera que recuperen de la carpeta las ideas, estrategias y conclusiones a las que llegaron y resuelvan las siguientes actividades como forma de estudio del producto entre números racionales.

Actividad 1

Revisen en sus carpetas las resoluciones del problema 4, que se reproduce a continuación.

Problema 4

¿Por qué número hay que multiplicar a 4 para obtener por resultado 7? ¿Cuántos números hay que cumplan esta condición?

a. En la resolución de este problema, seguramente encontraron un procedimiento para hallar el número que multiplicado por 4 da como resultado 7. Explíquenlo.
b. Encuentren otros tres pares de números que multiplicados entre sí den como resultado 7.

Actividad 2

Revisen en sus carpetas las resoluciones del problema 5, que se reproduce a continuación.

Problema 5

a) Encontrar algún valor para el número a, de modo tal que se verifique la siguiente igualdad: $\frac{3}{4} \cdot a = 1$

b) Encontrar algún valor para el número a, de modo tal que se verifique la siguiente igualdad: $\frac{3}{7} \cdot a + 6 = 11$

a. Seguramente, para realizar este problema, trabajaron con la noción de *inverso multiplicativo*. Expliquen qué es el inverso multiplicativo de un número racional.

b. ¿Cómo usaron el inverso multiplicativo para resolver el ítem **b** del problema 5?
c. ¿Es cierto que todos los números racionales tienen inverso multiplicativo? Si la respuesta es "no, no es cierto", busquen un ejemplo de un número racional que no tenga inverso multiplicativo, expliquen por qué y decidan si es el único caso.
d. El número 1, ¿tiene inverso multiplicativo? ¿Cuál es?
e. Discutan de qué manera la resolución del ítem **b** les sirve para pensar el siguiente caso:

$$\frac{2}{5} \cdot a - 2 = 7$$

- Escriban un problema parecido al del ítem **b** del problema 5 y resuélvanlo.

Actividad 3

Revisen en sus carpetas las resoluciones de los problemas 6 y 7, que se reproducen a continuación.

Problema 6

Encontrar una multiplicación que tenga $\frac{2}{5}$ como uno de sus factores y que dé por resultado $\frac{7}{36}$.

Problema 7

a) Encontrar diez multiplicaciones diferentes que den por resultado 5. ¿Cuántas multiplicaciones posibles hay?

b) Buscar números racionales a y b tal que su producto dé $\frac{7}{10}$.

En estos problemas trabajaron con la noción de inverso multiplicativo y analizaron diferentes ejemplos sobre el producto entre números racionales.

a. Escriban tres multiplicaciones distintas que den como resultado $\frac{7}{36}$.
b. Escriban todas las multiplicaciones entre números naturales que den como resultado 24.
¿Es posible escribir todas las multiplicaciones entre números racionales que den como resultado 24? Si la respuesta es "sí", escríbanlas. Si la respuesta es "no, no es posible", expliquen por qué.

Actividad 4

Revisen en sus carpetas las resoluciones del problema 9, que se reproduce a continuación.

PROBLEMA 9

a) Encontrar un número a, tal que $a \cdot \frac{5}{3} = 1$. ¿Cuántos hay?

b) Encontrar un número a tal que $a \cdot \frac{5}{3} < 1$. ¿Cuántos hay?

c) Buscar todos los números racionales a que multiplicados por $\frac{5}{3}$ den un número comprendido entre 0 y 1. ¿Cuántas posibilidades hay en este caso?

d) Buscar todos los números racionales a que multiplicados por $\frac{5}{3}$ den un número comprendido entre 1 y 2. ¿Cuántas posibilidades hay en este caso?

a. Analicen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- La igualdad $a \cdot \frac{4}{9} = 1$ tiene solución en el conjunto de los números naturales.
- La igualdad $a \cdot \frac{4}{9} = 1$ tiene solución en el conjunto de los números racionales.
- La desigualdad $a \cdot 5 < 1$ no tiene solución en el conjunto de los números naturales.
- La desigualdad $a \cdot 5 < 1$ no tiene solución en el conjunto de los números racionales.

b. Si tuvieran que explicarle a un compañero qué aprendieron con la actividad 4, ¿qué le dirían?

Orientaciones didácticas | Actividades

Actividad 5

Revisen en sus carpetas la resolución del problema 10, que se reproduce a continuación, y relean las explicaciones que desarrollaron.

Problema 10

A continuación, se presentan desigualdades en las que la letra *a* representa un número racional cualquiera.

- Si te parece que la desigualdad es siempre verdadera, da una justificación.
- Si te parece que la desigualdad es siempre falsa, da una justificación.
- Si pensás que a veces es V y a veces F, da ejemplos para cada caso.

a) $4 . a > 4$
b) $4 . a > a$
c) $4 . a^2 > a^2$

a. ¿Estarían de acuerdo con la afirmación "multiplicar siempre agranda el resultado"? Expliquen sus ideas y agreguen nuevos ejemplos.

b. Las actividades que se propusieron en este documento permiten revisar los problemas estudiados en clase y avanzar en algunas ideas sobre la multiplicación entre números racionales. A modo de síntesis, completen la tabla que se presenta a continuación.

Afirmación	Ejemplo	Explicación
El inverso multiplicativo de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$.	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$ $\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$	Un número es inverso multiplicativo de otro si al multiplicarlos el resultado da 1. $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{(a.b)}{(b.a)} = 1$
El inverso multiplicativo sirve para hallar el número que multiplicado por $\frac{7}{5}$ dé como resultado $\frac{23}{8}$.		

Afirmación	Ejemplo	Explicación
En el conjunto de los números racionales hay infinitos pares de números que multiplicados entre sí dan como resultado 5.		
$a \cdot 7=5$ a veces tiene solución, y a veces, no.		
La multiplicación no siempre "agranda" el resultado.		

Actividad 6

Esta última actividad consiste en que puedan escribir todo lo que aprendieron o recordaron a partir del trabajo realizado. Para producir un listado de ideas entre todos, pueden utilizar un documento compartido de Google Drive. De esa manera, pueden elaborar un texto en forma colaborativa.

Vamos Buenos Aires