

**MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD
DE BUENOS AIRES**

**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE CURRÍCULUM**

**Actualización
Curricular**

E.

MATEMÁTICA

G.

DOCUMENTO DE TRABAJO N°2

B.

PRIMER CICLO

MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

Intendente Municipal

Lic. Jorge Domínguez

Secretario de Educación

Lic. Enrique Martín

Subsecretario de Educación

Dr. Alberto Sileoni

Directora General de Planeamiento-Educación

Lic. María Rosa Almandoz

Directora de Currículum

Lic. Silvia Mendoza

1996

Equipo de profesionales de la Dirección de Currículum

Asesora de Currículum: Flavia Terigi.

Coordinación de Inicial: Ana María Malajovich, Rosa Windler.

Coordinación de la EGB: Ana Dujovney.

Coordinación de Polimodal: Mónica Farías, Graciela de Vita.

Coordinación de material impreso: Anahí Mansur.

Diseño y diagramación: María Laura Cianciolo.

Inicial

Judith Akoschky, Ema Brandt, Adriana Castro, Lady Elba González, Perla Jaritonsky, Verónica Kaufmann, Estela Lorente, Adriana E. Serulnicoff, Hilda Weitzman de Levy.

EGB

Beatriz Aisenberg, Helena Alderoqui, Silvia Alderoqui, Clarisa Alvarez, Claudia Broitman, Adriana Elena, Ana Espinoza, Silvia Gojman, Jorge Gómez, Lady Elba González, Sara Gutkowski, Sergio Gutman, Horacio Itzcovich, Mirta Kauderer, Verónica Kaufmann, Laura Lacreu, Delia Lerner, Silvia Lobello, Estela Lorente, Liliana Lotito, Susana Muraro, Nelda Natali, Silvina Orta Klein, Cecilia Parra, Abel Rodríguez de Fraga, Jorge Rubinstein, Lucila Samengo de Gassó, Graciela Sanz, Analía Segal, Isabelino Siede, Roberto Vega, Adriana Villa, Hilda Weitzman de Levy, Judith Wiskitski, Claudia Zenobi.

Polimodal

Cristina Alcón, Clarisa Alvarez, Juan L. Botto, Laura Cervelli de Vidarte, Débora Chomsky, Silvia Di Segni de Obiols, Jorge Gómez, Osvaldo Morina, Guillermo Obiols, Luis Alberto Romero, Jorge Rubinstein, Lucila Samengo de Gassó, Graciela Sanz, Carmen Sessa, Eduardo L. Tasca, Laura Vázquez, Liliana Lotito, Adriana Villa.

ÍNDICE

1. Matemática en el primer ciclo

2. Propósitos para la enseñanza de matemática

2.1 Propósitos generales para la EGB

2.2 Propósitos para el primer ciclo de EGB

3. El rol de la resolución de problemas en la enseñanza de matemática

4. La organización de los contenidos

4.1. Tratamiento de la información

El tratamiento de la información como objeto de estudio

El tratamiento de la información en el primer ciclo

El tratamiento de la información y la resolución de problemas

Distribución de contenidos por grados

4.2. Número y cálculo

Números naturales

Sistema de numeración

Operaciones

Cálculo exacto y aproximado

Distribución de contenidos por grados

4.3. Espacio, formas y medida

Orientación y localización en el espacio

Formas: figuras y cuerpos geométricos

El estudio de la medida

Distribución de contenidos por grados

5. Bibliografía

MATEMÁTICA

Lic. Cecilia Parra*
Lic. Claudia Broitman
Prof. Horacio Itzcovich

1. Matemática en el primer ciclo

El presente documento se inscribe en el marco provisto por el Documento de trabajo N°1 del área Matemática, al cual se harán referencias permanentemente.

El objeto de este documento es producir especificaciones que puedan orientar la enseñanza de matemática en el primer ciclo.

En el Documento N°1 se propuso reflexionar sobre las finalidades de la enseñanza de matemática, sobre la concepción de Matemática y sobre las condiciones para su enseñanza. Estas reflexiones han de ser retomadas al pensar el proyecto de enseñanza del primer ciclo.

Compete al conjunto de la EGB lograr que los alumnos valoren a la Matemática como un bien social y cultural y tengan una experiencia personal de su poder para resolver y plantear problemas, así como que confíen en sí mismos como personas capaces de hacer matemática.

Pero sin duda, desde el inicio, los niños se van formando ideas sobre qué es la Matemática y sobre sí mismos haciendo matemática, lo cual confiere al primer ciclo un rol decisivo en relación al logro del objetivo propuesto.

Es en estos niveles en los que se establece la primera relación de los alumnos con la matemática, y el tipo de relación que se establezca puede condicionar el resto de la experiencia matemática de los alumnos.

Los alumnos que entran en primer grado tienen algunos conocimientos numéricos y espaciales y muchos de ellos han tenido experiencias vinculadas con matemática en el jardín de infantes.

Es necesario tratar de recuperar dichos conocimientos y evitar las rupturas, tanto con el nivel inicial como con los conocimientos que los niños construyen constantemente en su vida social.

Aun los más pequeños aprenden a través de la resolución de problemas, y la cuestión del sentido de los conocimientos está en juego ya en los aprendizajes más elementales.

* La distribución de contenidos por grados fue elaborada en colaboración con la Lic. Irma Saiz.

Es importante que desde los primeros contactos con la matemática los niños adquieran confianza en sí mismos, aprendan a buscar con qué recursos cuentan para resolver problemas, a escuchar las ideas de otros y a expresar las propias.

2. Propósitos para la enseñanza de Matemática

2.1. Propósitos generales para la EGB

La escuela se compromete a desarrollar una enseñanza de matemática que permita a los alumnos:

- Adquirir confianza en su capacidad de hacer matemática.
- Tener una experiencia personal de la potencia de la matemática para plantear y resolver problemas.
- Desarrollar su curiosidad y espíritu de investigación involucrándose en el juego intelectual de la matemática.
- Construir el sentido de los conocimientos matemáticos, es decir ser capaz tanto de utilizarlos para resolver problemas, como de identificarlos y relacionarlos en términos matemáticos.
- Concebir a la matemática como una práctica social de argumentación, defensa, formulación y demostración.

2.2. Propósitos para el primer ciclo de la EGB

La escuela, para el primer ciclo se compromete a desarrollar una enseñanza de la matemática que permita a los alumnos:

- Elaborar estrategias personales para resolver problemas y comunicar procedimientos utilizados y resultados obtenidos.
- Interpretar, producir y comunicar información cuantitativa integrando sus experiencias y apropiándose de los recursos establecidos culturalmente.
- Construir los significados de las operaciones básicas a partir de situaciones problemas reconociendo que una misma operación está relacionada con problemas diferentes y que un mismo problema puede ser resuelto mediante operaciones diferentes.
- Avanzar en la comprensión y utilización del sistema de numeración decimal.
- Elaborar y disponer de procedimientos de cálculo mental: oral y escrito, exacto y aproximado.
- Utilizar de manera comprensiva los algoritmos de las cuatro operaciones básicas con números naturales (sumas y restas de números de varios dígitos, multiplicación y división por un dígito).
- Estimar y controlar los resultados obtenidos.
- Describir y comunicar la ubicación de objetos en el espacio como así también sus posibles desplazamientos.
- Apreciar la diversidad de formas de los objetos y disponer de modelos para esquematizarlas.
- Elaborar estrategias personales de medición y utilizar unidades e instrumentos de medida no convencionales y convencionales.

Cada ciclo de la EGB tiene propósitos y rasgos característicos, los cuales han de constituir un objeto de trabajo para los maestros de un mismo ciclo así como ha de ser objeto de trabajo del conjunto de docentes de una escuela la elaboración de un proyecto común que asegure la coherencia y la continuidad entre los ciclos.

La búsqueda de una mayor coherencia propone reflexiones sobre el aprendizaje y sobre las prácticas de enseñanza. Este y otros documentos ya existentes buscan alimentar tal reflexión y ayudar a los docentes de un mismo ciclo y de una misma escuela a construir una **coherencia argumentada** de sus prácticas de enseñanza.

Un aspecto que resulta especialmente importante para tal reflexión en matemática es **el rol de la resolución de problemas en la enseñanza.**

A continuación se presentan reflexiones sobre la resolución de problemas, para luego formular la organización de los contenidos.

3. El rol de la resolución de problemas en la enseñanza de Matemática

En el Documento N° 1 se asumió un enfoque para la enseñanza que coloca en primer término el planteamiento y resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos.

Resolver y plantear problemas constituye la esencia de la actividad matemática. Los problemas favorecen la construcción de nuevos aprendizajes y brindan ocasiones de empleo de los conocimientos anteriores.

Por lo tanto, la enseñanza de la matemática debe iniciarse planteando problemas, al mismo tiempo que se asume un largo trabajo tendiente a que los alumnos comprendan, acepten y realicen la actividad de resolución de problemas y la reflexión en torno a los conocimientos.

En el primer ciclo, se trata de desarrollar en los alumnos la idea de que la resolución de un problema no es consecuencia del azar, de ser un adivino, sino que se construye y requiere de organización, perseverancia, etc. Se trata de llevar a los alumnos a tomar conciencia de que hacer matemática es en principio producir soluciones a problemas que pueden ser considerados inéditos por ellos.

¿Qué se entiende por problema?

Se entiende por **problema** toda situación que lleve a los alumnos a poner en juego los conocimientos de los que disponen pero que, a la vez, ofrece algún tipo de dificultad que torna insuficientes dichos conocimientos y fuerza a la búsqueda de soluciones en la se producen nuevos conocimientos modificando (enriqueciendo o rechazando) los conocimientos anteriores.

Los problemas deben reunir ciertas condiciones:

- El enunciado tiene que tener sentido para el alumno.
- El alumno debe poder considerar lo que puede ser una respuesta al problema planteado.
- El alumno puede iniciar un procedimiento de resolución de acuerdo con sus conocimientos.
- El problema es rico, involucra una red de conceptos.
- El problema es abierto por la diversidad de preguntas o por la diversidad de estrategias de resolución posible.
- El conocimiento es el recurso para responder eficazmente al problema planteado.

La selección y planteo de problemas puede realizarse básicamente en función de tres tipos de objetivos distintos:

- Favorecer la construcción, el aprendizaje de nuevos recursos o nociones matemáticas.
- Permitir la reinversión de las adquisiciones en otros contextos, favoreciendo la construcción de nuevos significados.
- Promover el desarrollo de capacidades metodológicas, de actitudes de búsqueda, de confrontación, etcétera.

Los dos primeros objetivos se refieren al rol de la resolución de problemas como medio para la adquisición de nociones matemáticas.

El tercero se vincula con enseñar a resolver problemas y apunta a que los alumnos aprendan a investigar, a construir métodos de investigación, a hacer ensayos, plantear hipótesis, imaginar soluciones, etcétera.

En el apartado siguiente de este documento, La organización de los contenidos, se explica cómo se han considerado ambos aspectos de la resolución de problemas en la distribución de contenidos.

La construcción de progresiones

Los aprendizajes a los que se apunta (la construcción de las nociones matemáticas y las capacidades y actitudes propias de hacer matemática) no pueden lograrse a través del contacto esporádico con los problemas. No es suficiente presentar una o dos situaciones aisladas para constituir condiciones favorables para el aprendizaje.

Es necesario construir progresiones, secuencias de problemas y actividades que permitan a los alumnos una construcción progresiva de nociones, de procedimientos, dando la ocasión de reutilizarlos, mejorarlos, dominarlos.

El maestro tiene como responsabilidad central hacer avanzar las adquisiciones de sus alumnos, y la elaboración de progresiones es su principal herramienta.

La puesta en marcha de un trabajo de esta naturaleza

Para poner en marcha un trabajo de esta naturaleza se debe plantear a los alumnos verdaderos problemas y darles oportunidad de aprender qué significa resolver un problema.

En este sentido, es importante en el primer ciclo (particularmente en primer grado) propiciar que los alumnos:

- tomen conciencia de qué es un problema;
- desarrollen su capacidad de representárselo personalmente para poder apropiarse de la pregunta que le ha sido planteada;
- aprendan a reconocer lo que se sabe y lo que se busca saber;
- aprendan a buscar con qué recursos cuenta para resolver;
- aprendan a apoyarse en los conocimientos que tiene para resolver tareas más difíciles.

Para ello hay que crear ciertas condiciones del trabajo en el aula. En el Documento N°1 se hizo referencia a las condiciones que plantea a la enseñanza este enfoque. Se subrayó que el proyecto de enseñanza se organiza en función del o de los propósitos del docente.

Desde este punto de vista, en los primeros grados resulta primordial instalar cierto modo de funcionamiento en las clases, ciertas reglas para los diversos momentos de trabajo

(colectivo, en equipo, individual), respecto de las modalidades de corrección, de evaluación, etcétera.

En la resolución de problemas se busca que los alumnos puedan:

- Buscar, reflexionar, es decir, aceptar el hecho de que resolver un problema no es siempre una tarea fácil, que puede tomar tiempo e incluso no terminarse en una clase.
- Producir una solución, que puede ser distinta de la de otros compañeros.
- Dejar, si es posible, registro escrito de lo que han hecho y obtenido.
- Justificar, ensayar, explicar lo que han hecho.
- Revisar, corregir, validar su solución.

Se trata, entre otras cosas, de que los alumnos sepan que pueden:

- Tomar iniciativas personales.
- Hacer ensayos, equivocarse, recomenzar.
- Ir a buscar y utilizar materiales diversos.
- Expresar sus ideas y también cambiarlas.

El rol del maestro

La puesta en marcha de un trabajo como el que se plantea está altamente condicionada por la actitud del maestro y las acciones que realiza y propone en los diferentes momentos de la actividad.

Al presentar la situación el maestro debe asegurarse que ha sido básicamente comprendida y que la consigna es suficientemente clara como para empezar a trabajar.

Es importante que mientras los alumnos trabajan ante un problema, el maestro les dé el tiempo necesario. Su rol es el de observar los procedimientos empleados y las dificultades encontradas, previstas o no, animar a los grupos que están detenidos, organizar la puesta en común o decidir continuar en otro momento si una síntesis en ese momento parece demasiado precoz.

En el momento de la puesta en común el docente organiza la confrontación, precisa en qué condiciones pueden intervenir los alumnos para explicar su solución, para preguntar, para contestar.

En el debate relativo a los resultados el maestro ayuda eventualmente en las reformulaciones, pero, en general, sin poner en evidencia cuál es la solución correcta porque de hacerlo los alumnos podrían descansar en que "el maestro es quien dice si está bien" y no involucrarse en el análisis. Forma parte esencial de la actividad matemática el juzgar la corrección y adecuación del resultado obtenido. El maestro tiene una gran tarea por hacer para lograr que los alumnos acepten esa responsabilidad y desarrollen las capacidades y actitudes pertinentes.

4. La organización de los contenidos

Los contenidos de enseñanza de matemática para el primer ciclo se han organizado bajo tres ejes:

- **TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN**
- **NÚMERO Y CÁLCULO**
- **ESPACIO, FORMAS Y MEDIDA**

Los ejes han sido definidos priorizando ciertas relaciones entre los objetos matemáticos así como razones vinculadas a la enseñanza.

Al considerar la planificación del trabajo en el aula se han de abordar los tres ejes constantemente (esto significa que en cada período –semana, mes– se tienen que trabajar contenidos de los tres ejes).

La resolución de problemas ha sido considerada en este documento, no como eje, sino:

- **como marco de los tres ejes mencionados**
en tanto caracteriza el enfoque propuesto para la enseñanza y provee el contexto en el cual los conceptos y actitudes han de ser aprendidos;
- **como contenido específico en el eje Tratamiento de la información**
en tanto se entiende que los alumnos tienen que aprender a resolver problemas y se reconocen capacidades y actitudes vinculados a la resolución de problemas que han de ser objeto de enseñanza.

En el eje **Tratamiento de la información** se han reunido los contenidos relativos tanto a la capacidad de leer y analizar informaciones presentadas de diversas formas, como a la capacidad de recolectar, organizar y presentar informaciones utilizando distintos medios.[†]

En toda actividad de resolución de problemas se trata información, y se ha considerado pertinente incluir en este eje los contenidos vinculados a las distintas fases propias de la resolución de problemas: análisis de datos e incógnitas, clasificación de datos, elaboración y comunicación de estrategias de solución, evaluación de la adecuación de los resultados.

Sin duda, se plantean múltiples y permanentes vinculaciones entre los contenidos de este eje y los contenidos de los otros dos, en los que se reconocen los objetos matemáticos clásicos.

El eje **Número y cálculo** reúne los contenidos que en los C.B.C. se distribuyen en los bloques 1: Número y 2: Operaciones. En el Documento N° 1 se formuló la posibilidad de mantener dos bloques considerando:

“la necesidad de trabajo específico sobre la naturaleza de los conjuntos numéricos, sus formas de representación y las propiedades que los caracterizan.” C.B.C. Síntesis explicativa Bloque 1.

[†] Se han incluido aquí aquellos contenidos del Bloque 6: Nociones de estadística y probabilidad de los C.B.C. que se consideran enseñables en el primer ciclo.

Sin embargo, hemos preferido subrayar la imbricación que existe entre la apropiación del sistema de numeración, el desarrollo de recursos de cálculo y el progreso en la comprensión y utilización de las operaciones. Reunirlos en un eje busca poner de relieve estas múltiples relaciones.

Organizar una enseñanza que conciba estas relaciones y las favorezca en el aprendizaje de los alumnos es uno de los desafíos del primer ciclo.

4.1. Tratamiento de la información

El tratamiento de la información como objeto de estudio

Una de las características del mundo actual, a partir de los avances científico-tecnológicos, es la posibilidad de que la información recorra el mundo en cuestión de segundos. Pasa de país en país, de ciudad en ciudad, mediante distintos medios: radiales, televisivos, gráficos, informáticos, etcétera.

Esta velocidad que adquirió la transmisión de información, aunque no en todas las regiones es la misma ni tiene el mismo caudal, permite que una persona se entere de una enorme cantidad de cosas al mismo tiempo. Es entonces que resulta necesario desarrollar determinadas capacidades que permitan tratar la información con la que se entra en contacto.

Aun en situaciones sencillas de la vida cotidiana, son variados los recursos que se despliegan cuando se tiene que decidir, por ejemplo, qué colectivo sirve para hacer determinado trayecto. Muchas veces se recurre a un plano de la ciudad, se ubica el lugar donde está situada la persona, qué líneas pasan por allí, se constata cuál o cuáles de esas líneas pasan por el destino a alcanzar, en fin, son numerosas las informaciones que se deben manejar simultáneamente.

Por otro lado, como se mencionó en el Documento N°1, la matemática se ha transformado en una herramienta que interviene en la transmisión de información: gráficos, tablas, cuadros, etc.; basta con mirar cualquier diario para percatarse de que es necesario el dominio de numerosos conocimientos y capacidades matemáticas para comprender toda la información que se presenta.

A su vez, el tratamiento de la información es una parte fundamental de la tarea de resolver un problema matemático. Al enfrentarse a cualquier problema se debe realizar una lectura de información, seleccionar, analizar tanto la información presentada como su forma de presentación.

Enseñar en la escuela a tratar información permitirá a los alumnos tener más y mejores herramientas para resolver problemas y así avanzar en el aprendizaje de la matemática.

Es por todo esto que la escuela debe tener como uno de sus objetivos desarrollar en los alumnos capacidades y actitudes que les permitan tratar información, poder organizarla, saber recolectarla, poder seleccionarla, poder comunicarla.

Considerar el tratamiento de la información como objeto de estudio exige el desarrollo de un trabajo específico para su adquisición, acorde a las dificultades que presenta y a la importancia que posee para el aprendizaje de las matemáticas.

El tratamiento de la información en el primer ciclo

Son variadas las posibilidades de abordar el tratamiento de la información en el primer ciclo.

Un aspecto de este trabajo está vinculado a la recolección y organización de datos.

En muchas aulas se comienza el día averiguando la cantidad de presentes, los ausentes, muchas veces se anotan estos datos en el pizarrón, se comenta si es día de sol, nublado, lluvioso, etc. Al cabo de una semana, o un mes, se podría analizar: ¿Hubo más días lluviosos o con sol en este mes?, ¿quién faltó más veces?, ¿quién menos veces?, etc. Para poder responder a preguntas como éstas es necesario organizar la información, como así también registrarla de alguna forma. Esto exigirá a los alumnos desplegar diferentes procedimientos que les permitan disponer de manera clara de todos los datos y poder así contestar las preguntas. Se podrán elaborar tablas, o cuadros o las organizaciones más convenientes de acuerdo a los problemas a resolver o preguntas a contestar.

Otro aspecto vinculado al tratamiento de la información está relacionado con la lectura e interpretación de información. Esta información puede ser presentada bajo distintas formas: imágenes, dibujos, cuadros, tablas, gráficos, textos, etc. y múltiples combinaciones de éstas.

Cada una de estas maneras en que se presenta la información implica contextos que pueden resultar muy variados; las relaciones entre los datos adquieren diversas formas a partir de su presentación; las preguntas o los problemas tendrán particularidades propias de la forma en que se presenten los datos.

El trabajo del alumno puede consistir en localizar y elegir las informaciones pertinentes para responder a preguntas, o en clasificar las informaciones disponibles en un portador, así como formular preguntas para obtener el máximo de información posible.

En este documento se propone realizar en primer grado lectura de imágenes. Esta actividad favorece pasar de informaciones visuales a informaciones orales y después escritas. Se propone también que los alumnos hagan preguntas que se puedan contestar a partir de la imagen. A través de un trabajo así los alumnos podrán aprender a distinguir distintos tipos de preguntas:

- aquéllas cuya respuesta se obtiene por lectura directa, por ejemplo en la imagen del cumpleaños: ¿Cuántos nenes hay en la fiesta?;
- aquéllas preguntas que para contestarlas hay que relacionar informaciones, hacer deducciones, por ejemplo ¿Ya llegaron todos los invitados?, fuerza a relacionar la cantidad de platos preparados y la cantidad de nenes ya presentes;
- aquéllas a las que no se puede contestar con la información disponible, por ejemplo: ¿Es una torta de chocolate?

La clasificación de la información que se obtiene y la reflexión sobre los medios utilizados permite a los alumnos tomar conciencia de que, ante un problema, la respuesta a la o las preguntas no es siempre inmediata ni se puede leer directamente: para algunas preguntas la respuesta debe ser deducida lógicamente y /o aritméticamente de los datos del enunciado.

El tratamiento de la información y la resolución de problemas

Analizar y seleccionar información planteada a través de textos, imágenes u otros medios es la primera tarea que realiza quien intenta resolver un problema matemático.

Ofrecer situaciones que promuevan la capacidad de tratar información es propiciar en los alumnos la capacidad para resolver problemas.

En cualquiera de los problemas, por sencillos que éstos parezcan, pueden haber enunciados, datos, incógnitas, etc., una diversidad de información cuya complejidad es variable tanto por los modos de presentación como por el tipo de relaciones que se puedan establecer al interior del problema que se trate.

Un aspecto importante al intentar resolver un problema es la interpretación del enunciado. El trabajo de comprensión no implica sólo la comprensión lectora. Aprender a comprender un enunciado es parte del quehacer matemático y es una capacidad metodológica que los alumnos deben desarrollar y la escuela debe enseñar.

Son numerosas las veces que se escuchan comentarios como los siguientes: "Los alumnos no entienden las consignas del problema", "No saben leer el enunciado", "No diferencian los datos de las incógnitas", "No saben explicar los procedimientos que usaron", "No explicitan la respuesta al problema", etcétera.

Cabe entonces la siguiente pregunta: ¿alguien les ha enseñado a interpretar un enunciado, a comprender las consignas, a presentar los procedimientos, a diferenciar los datos de las incógnitas, etcétera?

Todos estos aspectos también hacen al trabajo en torno al tratamiento de la información y la resolución de problemas e involucran capacidades que se deben enseñar dentro del ámbito escolar, y en particular dentro del área de matemática.

Existe una tendencia a intentar facilitar la comprensión de los enunciados evitando incluir datos superfluos, simplificándolos, estereotipándolos. Sin embargo, esa tendencia conduce en realidad a que los alumnos no enfrenten problemas (en el sentido definido en este documento) sino que realicen meros ejercicios. Nada fuerza a analizar los datos, a ver cuál es el significado de los números en el contexto del problema, a tratar de establecer qué relaciones están planteadas.

Muchas veces cuando el maestro pregunta la respuesta a un problema le contestan, por ejemplo, "Dieciocho". El maestro dice: "¿Dieciocho qué?". En ese momento, algunos alumnos vuelven a leer el enunciado y completan la respuesta. En el ejemplo puede verse que para muchos alumnos resolver un problema es vincular los números que hay en el

enunciado mediante una operación y obtener así un número sin que importe en realidad su significado, su dimensión.

A un problema en el que hay muchos datos , más de los necesarios, los alumnos suelen llamarlo "tramposo". Esto sugiere que en la representación que los alumnos tienen de "problema" en la escuela hay una "ley", "todos los datos del problema tienen que ser usados". En este sentido, para la mayoría de los alumnos no forma parte de la resolución de un problema la búsqueda y selección de los datos que van a permitir resolverlo.

Pero estas representaciones pueden ser modificadas no solamente a raíz de plantearles a los alumnos problemas más interesantes sino también a raíz de considerar a las capacidades y actitudes vinculadas a la resolución de problemas como contenidos de la enseñanza.

En este documento se propone, por ejemplo, en tercer grado como contenido: "Identificación de datos pertinentes, faltantes etcétera".

Consideremos el siguiente problema:

"En el club El Fulgor se realizó el segundo festival de rock juvenil. Actuaron 8 grupos. Asistieron 415 personas. La entrada de mayores costaba 5 \$ y la de menores 3 \$. ¿ Podrías averiguar cuál fue la recaudación del club?"

En este caso se apunta a que los alumnos reconozcan que falta el dato relativo a cuántos eran menores y cuántos mayores entre las personas asistentes. Sí puede saberse entre qué valores está la respuesta (el máximo si eran todos mayores y el mínimo si eran todos menores). Sin duda, la identificación de un dato faltante compromete completamente la comprensión del problema. Pero es justamente colocar como objeto de trabajo aspectos o fases de la resolución de problemas lo que va a permitir que los alumnos progresen en las diversas capacidades involucradas en esta actividad compleja.

Ya en primer grado un docente puede proponer a los alumnos algunos de los siguientes problemas con la finalidad de que los alumnos analicen si con los datos presentes se puede resolver o no:

- Lucas tenía bombones, se comió 3 y le quedan 15. ¿Podés decir cuántos bombones tenía Lucas?
- Lucas tenía bombones, primero se comió 2 y luego 3. ¿Podés decir cuántos le quedan?
- Ana Inés tenía 12 bombones. Comió muchos y no le queda ninguno. ¿Podés decir cuántos comió?.
- Tomás tenía 20 bombones. Comió 3 y luego 2. ¿Podés decir cuántos le quedan?
- Lucía tenía 10 bombones. Ella dice que comió 6 a la mañana y 6 a la tarde. ¿Puede ser?

Actividades de este tipo van a permitir que los alumnos construyan una representación más rica de qué es un problema y de sí mismos resolviendo problemas.

La invención de problemas o preguntas a partir de un cúmulo de datos es una buena manera de tomar conciencia de qué es un problema, de los elementos que debe incluir, de la

relación que deben adquirir los datos entre sí y los datos con las preguntas. Exigirá a los alumnos ordenar toda la información disponible, seleccionarla, registrarla de alguna forma para poder elaborar un enunciado o una pregunta.

Los problemas pueden ser creados libremente por los alumnos, pueden ser inventados sobre alguna condición especial (un tipo de problema, un contexto determinado, un material, un dibujo, etc.). Un problema inventado por un alumno permite un trabajo posterior de análisis colectivo: la pertinencia de los datos, de las incógnitas, la formulación de nuevas preguntas, la reformulación del enunciado, etcétera.

Otro aspecto de la resolución de problemas que tiene que ser objeto de enseñanza es la comunicación y análisis de estrategias y recursos empleados. Ante un determinado enunciado, un juego, una pregunta, o más en general, ante cualquier problema que presentemos a los alumnos, éstos podrán recurrir a diferentes materiales, diferentes procedimientos de resolución a partir de sus conocimientos. Intentarán poner en juego todo lo que saben en busca de una solución. Evidentemente, cada alumno o cada grupo de alumnos, desarrollará estrategias personales, que podrán ser muy variadas, incompletas, erróneas, etcétera.

Retomando la organización de la clase desarrollada en el Documento N°1, allí se plantea una fase en la cual lo producido por cada alumno o cada grupo para resolver un problema, será debatido por toda la clase. Es en este momento donde las diferentes estrategias tendientes a encontrar respuesta al problema planteado se convierten en objeto de análisis para los alumnos. Se buscarán los errores cometidos, los motivos de dichos errores, los aciertos, se compararán las distintas estrategias empleadas determinando las similitudes y diferencias, los caminos menos engorrosos, en definitiva se compararán las producciones de los alumnos para determinar si hay una única solución, cuál o cuáles son las respuestas correctas, cuáles son los procedimientos más económicos, etc. (El docente prioriza dentro de estos aspectos en función del objetivo y del contenido del trabajo.)

Ahora bien, para que esto sea posible es necesario que los alumnos desarrollen distintas capacidades que les permitan comunicar a los otros los recursos y estrategias utilizados de la mejor manera posible, clara y precisa. Asimismo, se deberá favorecer el desarrollo de capacidades y actitudes tendientes a que los alumnos puedan interpretar los procedimientos de sus compañeros. Esto involucra la posibilidad, acorde a los niveles, de analizar si la respuesta es adecuada o no, si el uso de los datos es pertinente al problema en cuestión, si los recursos empleados son adecuados al problema, si las operaciones usadas responden al contexto (en caso de usar operaciones matemáticas), involucra también poder pensar junto al otro, saliendo de sus propios esquemas, poder discutir la propia producción, etcétera.

Enseñar a los alumnos a tratar la información no es una tarea sencilla, ni que se logra abordando este aspecto una vez cada tanto. Estos aprendizajes no se obtienen solos, ni de un día para otro. Es necesario concebirlos como objeto de aprendizaje y por lo tanto encarar la enseñanza sistemática y planificada de estas capacidades y actitudes a lo largo de la escolaridad.

TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN
Distribución de contenidos por grado

1º GRADO	2º GRADO	3º GRADO
<p>-Lectura de información cuantitativa contenida en imágenes. (Ej. Dibujo de un cumpleaños, ¿cuántos amigos vinieron?, ¿alcanzan las sillas? ¿faltan invitados?)</p> <p>-Invención de preguntas o problemas que puedan responderse con la información contenida en imágenes o situaciones.</p> <p>-Identificación de datos e incógnitas.</p> <p>-Utilización y comparación de variados recursos para resolver problemas (Ej. entre resoluciones utilizando dibujos y las resoluciones numéricas)</p> <p>-Comunicación e interpretación de procedimientos y resultados.</p>	<p>-Recolección y organización de datos, obtenidos en experiencias y encuestas.</p> <p>-Elaboración de representaciones gráficas para comunicar información obtenida.</p> <p>-Lectura de información cuantitativa en distintos portadores (lista de precios, horarios,...).</p> <p>-Invención de preguntas o problemas a partir de datos enunciados u operaciones.</p> <p>---</p> <p>-Comparación de procedimientos desde el punto de vista de la adecuación a la situación planteada.</p> <p>-Análisis de la adecuación de una respuesta obtenida a la situación presentada.</p> <p>-Organización y escritura del proceso seguido en la resolución de un problema o ejercicio para comunicarlo o para verificar su exactitud.</p>	<p>---></p> <p>-Elaboración de tablas para organizar o comunicar informaciones.</p> <p>-Lectura de información contenida en tablas, planos, textos, gráficos.</p> <p>--></p> <p>-Identificación de datos pertinentes, faltantes.</p> <p>---</p> <p>-Utilización de la estimación para evaluar la adecuación de un resultado.</p> <p>-Comunicación de procedimientos y resultados utilizando el vocabulario y símbolos matemáticos.</p> <p>-Investigación del número de soluciones de un problema (una, varias, ninguna).</p> <p>-Búsqueda sistemática de todas las posibilidades en problemas de conteo. (Ej. ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se pueden armar con los dígitos 5, 2 y 8?)</p>

4.2. Número y cálculo

La resolución de problemas provee el marco en el que habrá de plantearse la enseñanza de los contenidos de este eje: número y cálculo.

En este enfoque, las nociones matemáticas (los números, las operaciones) deben aparecer, en principio, como herramientas útiles para resolver problemas. Sólo entonces esas herramientas podrán ser estudiadas en sí mismas, tomadas como objeto de reflexión, nombradas, definidas.

Este enfoque provoca un gran desafío para la enseñanza que puede sintetizarse de la siguiente manera:

El maestro tiene que proponerle a los alumnos una variedad de problemas que les permitan construir nuevos sentidos de los conocimientos.

A la vez, los alumnos, para poder avanzar en el tratamiento de los problemas que el maestro les propone, precisan disponer progresivamente de un conjunto de adquisiciones utilizables como recursos para resolver problemas.

El desafío consiste entonces en poder pensar la enseñanza, en el ciclo y al interior de cada grado, como un equilibrio y movimiento entre el planteo de situaciones abiertas, la aparición de diversos procedimientos y formas de representación, el dominio de los recursos, la automatización de ciertos conocimientos, la reutilización ante nuevas situaciones.

Números naturales

Los problemas constituyen el contexto de trabajo desde el inicio de primer grado. Es a raíz de enfrentar y resolver situaciones que involucran cantidades que los alumnos irán progresando en sus concepciones numéricas.

Entre los muchos recursos que usan los alumnos ante esas situaciones, los números serán un recurso privilegiado.

Los niños aprenderán la utilidad de los números al usarlos, ya sea para comunicar una cantidad, para identificar una posición, etcétera.

En el inicio de primer grado se busca llevar a los alumnos a tomar conciencia del poder que dan los números, en principio como memoria de la cantidad y después como recurso para anticipar el resultado de una acción todavía no realizada.

Los números permiten indicar una cantidad (aspecto cardinal) , permiten evocarla mentalmente sin que esté presente y también permiten indicar una posición (aspecto ordinal) de un objeto en una serie o lista sin tener que recordar esa serie integralmente. Los números muchas veces son usados como códigos, para identificar algo, por ejemplo, el número del colectivo, sin expresar con ello nada relativo a la cantidad o el orden

Para favorecer la toma de conciencia de lo que los números permiten habrá que plantear situaciones en las que una información numérica tenga que conservarse en el tiempo o en el espacio.[‡]

Se busca que los alumnos comprendan que el conteo es un medio privilegiado para armar una colección que tenga tanto como otra dada en ausencia de ésta.

Al mismo tiempo se propone plantear a los niños un conjunto de situaciones relativas a la transformación de una colección: agregar, sacar, partir, distribuir... Estas acciones producen efectos, resultados. Los niños realizan estas acciones y comienzan a usar paulatinamente algunos medios para representarse mentalmente la situación, sus acciones, los resultados. Progresivamente se hace posible para los alumnos anticipar el resultado de acciones no realizadas todavía. Al principio en situaciones que ponen en juego números pequeños, con ampliaciones sucesivas que dependen del trabajo sobre número y cálculo que se proponga.

¿Qué significa "los números como recurso para anticipar"?

Por ejemplo: un nene al que le encarga ir a comprar una docena de facturas, que cuesta 3 \$ y le dan un billete de 5 \$. Si él sabe que el panadero tiene que devolverle 2 \$ antes de que le den el vuelto él ha podido anticipar. Sus conocimientos numéricos le han permitido saber antes de ver y le dan también la posibilidad de verificar la conformidad de lo real con sus expectativas y de tener control. No sólo puede constatar sino que el resultado mental al que ha llegado puede servirle de norma de referencia ("Está bien, me dieron 2 \$ de vuelto").

¿Cuáles son las propiedades de los números, dominadas por los niños que van a hacer posible esta forma particular de anticipación?

Por un lado, los números se muestran útiles en numerosas situaciones que ponen en juego las cantidades o las posiciones: el niño puede así memorizar cantidades, comparar colecciones, ubicar un lugar o un rango en una serie; en este sentido, los números permiten actuar sobre lo real, dominarlo parcialmente.

Además, los números son un soporte simbólico organizado, en principio oral, después escrito, en el cual el niño descubre y memoriza el orden. En esta apropiación el niño descubre que puede, gracias a los números y sus relaciones, producir otros números.

Así, la particularidad de la anticipación numérica parece consistir en que los números son a la vez el soporte, la herramienta y el objeto mismo de la anticipación. "Yo anticipo sobre los números, yo anticipo gracias a los números, yo anticipo los números".

Decir que descubrir el poder de anticipación que dan los números constituye un objetivo esencial de los primeros grados, es reconocer que se trata de un aprendizaje largo y difícil, que no se realiza en una vez, a través de una situación única; supone un camino, un itinerario a lo largo de meses e incluso años, que no será recorrido por todos los alumnos al

[‡] Se pueden encontrar ejemplos de estas situaciones en "Los niños, los maestros y los números", así como en el documento curricular de Matemática para el nivel inicial y en el módulo 1 "Algunas estrategias didácticas para abordar el número, sus funciones y usos en el nivel inicial" D.F.D.C.

mismo tiempo y del mismo modo. Se trata en efecto de una adquisición esencial, fundacional en el aprendizaje de matemática.

Sin duda, la posibilidad de anticipación se vincula a la posibilidad de realizar cálculos, y es un objetivo importante de primer grado que los alumnos pasen progresivamente de procedimientos de tipo conteo a procedimientos de tipo cálculo.

Por ejemplo, para resolver el siguiente problema planteado a los alumnos de primer grado aparecen ambos tipos de procedimientos:

Se les dice a los alumnos que en una caja hay 5 piedritas, los alumnos no pueden verlas a través de la caja. Se les pide que digan cuántas piedritas habrá después de introducir 3 piedritas más.

Los niños para resolver este problema utilizan varias categorías de procedimientos:

- algunos elaboran mentalmente la respuesta apelando al resultado memorizado de $5+3=8$, o realizan sobreconteo a partir de 5: 6,7 y 8;
- otros también sobrecuentan pero utilizando 3 dedos que le agregan al número 5;
- otros ponen 5 dedos en una mano y 3 dedos en la otra y cuentan hasta 8;
- otros necesitarán abrir la caja, sacar las 5 piedritas, agregar 3 , y contarlas.

Sólo los primeros utilizan procedimientos de cálculo. El recurso de calcular supone identificar que hay que agregar 3 a 5, es decir conocer un modelo aritmético y conocer o poder construir el resultado. Los otros procedimientos son de tipo conteo y se apoyan en una representación figurada de la situación evocando los objetos, o en el conteo de los objetos mismos.

¿Cómo favorecer en los alumnos el pasaje de un tipo de procedimiento a otro? Se trata de proponerles problemas en los que haya que calcular aún cuando no dispongan de una solución experta. A través de la resolución de diferentes problemas, la confrontación de diversas soluciones, la puesta a prueba de los procedimientos con números más grandes, los alumnos podrán empezar a apropiarse de procedimientos vinculados al cálculo.

Esta transición no se hace de manera lineal, ni al mismo tiempo para todos los niños, ni de un modo definitivo para el mismo niño. Es importante señalar que no se trata de saltar los procedimientos de tipo conteo, pues son indispensables por un tiempo para muchos alumnos y para diversos problemas. La tarea consiste en ayudar a los alumnos a superarlos y a incorporar procedimientos más vinculados a la posibilidad de operar con los números, como así también de disponer de resultados.

Sistema de numeración

Los niños llegan a la escuela con algunos conocimientos numéricos: han visto usar y han usado números en distintos contextos, saben recitar la serie numérica hasta un cierto número, han construido ideas para comparar o para escribir números...

Es cierto que estos conocimientos pueden ser muy diferentes de un niño a otro o incluso inestables en un mismo niño pero es sin duda fundamental favorecer que los niños

pongan en juego y utilicen estos conocimientos que representan su modo de acceso a este complejo sistema, como así también sus posibilidades de apropiación.

La escuela es sin duda la institución responsable de lograr que los niños articulen su experiencia extraescolar con las cuestiones que se pretende que aprendan; dicha articulación no es espontánea, no puede quedar a cargo de los niños.

Es necesario entonces concebir un enfoque para la enseñanza del sistema de numeración que proponga aproximaciones sucesivas, en las que se vaya variando y profundizando el tipo de relaciones que se propicia que los niños establezcan entre los números tanto para la comprensión del sistema posicional como para la utilización de estos conocimientos ante problemas y cálculos.

Usualmente el recorte para la enseñanza del sistema de numeración pasa por el rango numérico: primer grado hasta 100, segundo grado hasta 1000, tercer grado hasta 10.000 pero en los tres grados se propone analizar y expresar los números del mismo modo: en términos de unidades, decenas, centenas y unidades de mil, es decir, en términos de agrupamiento recursivo.

Analizar los números en términos de unidades y decenas, $26 = 2 \text{ d. y } 6 \text{ u.}$, implica la multiplicación $2 \times 10 + 6$, aún cuando esta escritura no se presente. Hay una contradicción entre el tipo de análisis propuesto en primer grado para los números y la progresión en la enseñanza de las operaciones, que reconoce a segundo grado como el momento adecuado para iniciar el aprendizaje de la multiplicación.

Por otra parte la enseñanza de unidades y decenas en primer grado ha tenido como supuesto que los niños tenían que comprender qué es una decena para abordar el aprendizaje del número 10 y los números mayores que 10. Dicho de otro modo la idea de que los niños debían comprender las reglas de formación de los números antes de usarlos.

Sin embargo, numerosas investigaciones y experiencias didácticas muestran que los niños pueden usar los números y que es a partir de su utilización y del análisis y reflexión sobre las relaciones entre los números que estarán en mejores condiciones, más adelante, de abordar el estudio de las reglas de formación del sistema.

¿Cuáles son entonces las aproximaciones propuestas?, ¿cuáles son las relaciones numéricas objeto de trabajo a cada nivel?

El primer contacto con la designación de los números, en el marco de la familia, los juegos, el jardín y la escuela se hace centralmente a nivel oral: los nombres de los números, el recitado de los números.

El manejo de la serie numérica oral que tienen los alumnos en la sala de 5 años y en primer grado es muy variable. La escuela tiene que proponer a todos los niños una cierta práctica para que logren memorizar una porción suficiente de la serie, de manera de poder realizar análisis de la serie que conducen a descubrir las reglas de formación de la serie oral. Es decir, aunque al inicio la memorización juega un rol, inmediatamente es fundamental la reflexión. Los niños descubren rápidamente regularidades: "veinte", "treinta", se combinan con "uno, dos"...hasta "y nueve", y ahí hace falta otra palabra nueva.

Para que los niños puedan explorar, apropiarse y utilizar las regularidades de la serie numérica es necesario ponerlos en contacto con la serie escrita en una porción suficientemente grande para poner en evidencia los diferentes algoritmos de construcción de los números.

Se busca que los alumnos identifiquen las regularidades de la serie numérica y que las usen para decir, leer, escribir y comparar números.

Es importante remarcar la idea de que el trabajo sobre las regularidades es una aproximación a la comprensión del sistema posicional. Una aproximación centrada en cómo aparece, cómo se presenta en la oralidad y en la escritura, en los algoritmos para producir los números. Se debe tener presente que es justamente la organización posicional la que instala un aspecto algorítmico en la escritura de los números, aspecto que puede ser aprendido por los niños aún sin comprender la estructura profunda del sistema.

Así, los alumnos pueden saber que entre 30 y 40 todos los números se escriben con un 3 adelante aunque no sean capaces de dar a 3 el significado de 3 grupos de 10.

La numeración hablada explicita la descomposición aditiva de un número:

ciento veinticuatro	$100 + 20 + 4$
cincuenta y ocho	$50 + 8$
mil cuatrocientos	$1000 + 400$

Ante cálculos como $20 + 8$, los alumnos suelen decir "Es fácil, te lo dice el número : veintiocho".

En primer grado es justamente la descomposición aditiva de los números la que va a constituir un foco de trabajo.

Se busca que los alumnos piensen el 34 como $30+4$ y también como $10+10+10+4$.

Y es centralmente con apoyo en la descomposición aditiva como van a enfrentar la suma y resta de dígitos, como se planteará al referirse a las estrategias de cálculo.

En segundo y tercer grados ha de continuarse el trabajo sobre las regularidades de la serie numérica, ya que las que los niños descubren para números de dos cifras, no las generalizan sin más a números mayores.

Hay que proponer actividades para que reencuentren este "comportamiento" de la serie para los cientos, los miles... Un ejemplo de un problema interesante para fines de segundo grado, inicios de tercero es: "¿Cuántos nueves hacen falta para poder escribir todos los números entre 200 y 300 ?", "¿Y entre 400 y 500 ?". El maestro puede tomar algunas decisiones, por ejemplo, plantear el primer problema después de haber hecho una actividad en la que se completó esa centena, con lo cual, teniéndola presente algunos alumnos pueden recurrir al conteo para resolver el problema. Luego, al plantear el mismo problema para otra centena, se busca que los alumnos apelen a su representación mental de la serie y su funcionamiento, lo cual no impide que muchos alumnos escriban esa centena y cuenten, pero es posible que al hacerlo encuentren un funcionamiento en común y empiecen a anticipar la

respuesta. Se podrá plantear entonces: "¿Hay alguna centena en la que haga falta una cantidad distinta de nueves para escribir todos los números?"

Además, en segundo grado debe empezar a explorarse la relación entre la descomposición aditiva y la descomposición multiplicativa de los números.

Las actividades vinculadas al manejo de dinero ofrecen un soporte especialmente propicio para establecer las relaciones antes mencionadas: por una parte su organización decimal permite relacionar las descomposiciones aditivas con las multiplicativas vinculando ambas con la posicionalidad, por otra parte el uso social del dinero lo transforma en un objeto familiar con el que la mayoría de los niños ha tenido algún grado de interacción.

Estas actividades hacen funcionar los cambios 10 contra 1 en varios niveles: diez billetes de 1 se cambian por uno de 10, 10 billetes de 10 se cambian por uno de 100, 10 de 100 por uno 1.000.

Se busca iniciar el análisis del valor posicional en un contexto significativo: diferenciar las cifras según su posición en la escritura de un número, asociándoles una cierta cantidad de billetes.

Ahora bien, es necesario que esas relaciones se independicen del contexto del dinero y puedan transferirse a situaciones análogas en las que no se cuenta con la presencia de un soporte tan familiar.

En tercer grado los alumnos deben aprender a reconocer en la escritura de un número, por ejemplo, cuántos grupos de 10 elementos se pueden formar.

Operaciones

Comprender y utilizar las cuatro operaciones básicas ha sido y es un objetivo primordial de la escolaridad obligatoria. Actualmente se tiene conciencia de que se trata de adquisiciones que se extienden a lo largo de por lo menos 10 años de experiencia escolar, para que a su término los alumnos sean capaces de resolver cualquier tipo de problema aditivo o multiplicativo sean cuáles fueran las relaciones, campo numérico, dimensión o magnitud en juego, etcétera.

En el curso del primer ciclo los alumnos elaboran los primeros sentidos de las operaciones, sentidos que habrán de ser retomados, ampliados e incluso rechazados en favor de formulaciones más precisas en los ciclos posteriores.

¿Qué significa construir el sentido de las operaciones ?

La respuesta es por demás compleja, debido a que el sentido de un conocimiento varía, evoluciona, cambia de alumno a alumno o para un mismo alumno de un momento a otro ante distintas situaciones.

Sin embargo, pese a que la construcción de sentido es dialéctica, móvil y sumamente sutil, es posible pensar, desde la enseñanza, qué sentidos de las operaciones se están

propiciando a raíz de los problemas que se plantean a los alumnos, a raíz de los procedimientos que se asegura que dominen, a raíz de las representaciones que se movilizan.

Los procedimientos que los alumnos ponen en juego ante un problema muestran, en parte, el sentido que tiene para ellos la situación, los significados que han podido construir.

La tarea del maestro se plantea tanto a nivel de selección de los problemas, como de relevamiento de los procedimientos de los alumnos y gestión de actividades para provocar, en el tiempo, la evolución de procedimientos de los alumnos y la construcción de nuevos significados.

Si se considera por ejemplo la resta, el primer sentido estará vinculado a quitar, perder, como transformaciones de una colección en la que la cantidad disminuye. En primer grado se proponen también problemas vinculados a desplazamientos en pistas: "Estoy en el casillero 23 y me toca retroceder 3. ¿En qué casillero voy a caer?"

Los problemas de complemento y diferencia pueden iniciarse en primer grado pero constituyen un objeto de trabajo en segundo y tercer grado.

Un problema como el siguiente:

"En el quiosco canjean 30 chapitas por un vaso. Tengo 23 chapitas. Me faltan..."
... es resuelto por los alumnos como la búsqueda del término desconocido de una suma $23 + \dots = 30$, ya sea contando de 23 a 30 (y contando cuántos se contó), ya sea utilizando algunos resultados memorizados: $3 + 7 = 10$, entonces $20 + 3 + 7 = 30$.

Por los números que están involucrados esos procedimientos de solución son posibles, pero veamos qué pasa por ejemplo en el siguiente problema:

"En la campaña de reciclado de aluminio canjean 1250 latitas por una computadora para la escuela. Ya juntamos 763 latitas. ¿Cuántas latitas nos faltan para tener las necesarias para una computadora?"

En este caso, calcular cuánto hay que agregar a 763 para llegar a 1250 es posible pero es un procedimiento bastante costoso.

La enseñanza se va a organizar para que los alumnos aprendan un nuevo sentido de la resta: es la operación útil para medir la distancia entre dos números ($a - b$ si $a > b$, $b - a$ si $b > a$). Ante cada problema o cálculo los alumnos deberán decidir si es más cómodo calcular el complemento o hacer la resta pero que elijan entre estas opciones significa que saben que ambas son opciones.

Los primeros significados de la resta están vinculados a cantidades que disminuyen, retroceso en posiciones etc. Ahora se plantea un significado (medir distancia entre números) vinculado a situaciones en las que no disminuyen las cantidades, sino en las que hay comparaciones o incluso en las que hay que calcular un aumento necesario. Es claramente un enriquecimiento de los sentidos de la resta.

Durante el primer ciclo se trabajan muchos problemas en que una cantidad inicial aumentó o disminuyó y se busca averiguar la cantidad final.

Es importante, en particular en segundo y tercer grados que se planteen también problemas en los que se busca averiguar la transformación, por ejemplo:

"Yo preparé 18 mantecados y ahora quedan 6. ¿Cuántos mantecados se comieron los chicos en este ratito?"

También plantear problemas en los que hay que averiguar el estado inicial, por ejemplo:

"¿Cuánta plata tenía? Me quedan 20\$ y en las compras gasté 28\$. Quiere decir que yo tenía..."

En este caso, para poder averiguar el estado inicial, dado que la transformación fue negativa, hay que sumar el dinero que queda con el que se gastó.

Está en juego un nuevo significado de la suma: es la operación que permite encontrar el estado inicial cuando la transformación es negativa.

Veamos otro problema:

"¿Cuánta plata tenía yo antes? Mamá me dio 20\$ para hacer las compras y ahora tengo 32\$. Quiere decir que antes yo tenía..."

En este caso, la transformación es positiva y para encontrar el estado inicial hay que restar lo que recibió (la transformación) de la cantidad que tiene (estado final).

Está en juego un nuevo significado de la resta: es la operación que permite encontrar el estado inicial cuando la transformación es positiva.

Los alumnos irán construyendo relaciones entre la suma y la resta y podrán establecer la inversión entre una y otra a raíz de enfrentar múltiples situaciones y trabajar en el nivel de cálculo, produciendo en principio resultados locales, provisorios que serán la base y el medio para que se construyan las certezas propias del dominio de las operaciones.

Construir el sentido de las operaciones no se limita a la resolución de problemas sino que se vincula con las relaciones numéricas que los alumnos van estableciendo, con la utilización y comprensión de las propiedades de las operaciones, con la variedad y disponibilidad de recursos de cálculo.

Así, por ejemplo, en los primeros aprendizajes de la multiplicación los alumnos van a apoyarse en lo que saben, que es la suma: 6×3 es pensado y resuelto como $6 + 6 + 6$. Hay un primer significado de la multiplicación que es el de suma reiterada. A lo largo de la escolaridad otros significados de la multiplicación han de ser trabajados y se deben seleccionar y plantear problemas que los pongan en juego, pero sin duda el poder pensar la multiplicación como producto está en parte condicionado por ya haber establecido un conjunto de relaciones multiplicativas entre los números (ej.: 6, 3, 18), es decir, que un conjunto de productos básicos estén disponibles en memoria.

Cálculo exacto y aproximado

Construir, seleccionar y utilizar variados procedimientos y técnicas de cálculo, apropiados para los problemas que se busca resolver, y verificar la razonabilidad de los resultados, constituye un objetivo fundamental de la escolaridad obligatoria.

Un enfoque diversificado en el trabajo con cálculo, que incluye el cálculo exacto y aproximado, el cálculo mental, el uso de calculadora y computadora, crea un ambiente de resolución de problemas que lleva a los alumnos a discutir, analizar, preguntar, elaborar estrategias, justificar y validar sus respuestas.

Históricamente la enseñanza del cálculo se ha centrado en la enseñanza de los algoritmos de las cuatro operaciones, dejando por fuera la enseñanza de otras modalidades de cálculo.

Actualmente se plantea en cambio que es fundamental que los alumnos aprendan a discernir frente a un problema si es necesaria una respuesta exacta o aproximada y en función de ello la modalidad de cálculo adecuada.

Si el cálculo exacto es necesario, un método adecuado deberá ser elegido. Muchos problemas podrán ser resueltos por cálculos mentales (multiplicar por 10, buscar la mitad etc.). Otros, con valores más complejos, requerirán el uso de algoritmos escritos o de calculadora.

Si una respuesta aproximada es suficiente, se hará recurso al cálculo estimativo. La estimación ha de ser enseñada no sólo en términos de procedimientos sino sobre todo en cuanto a sus funciones: anticipar y controlar.

Por ejemplo, es importante que los alumnos se habitúen a estimar los resultados de los cálculos que realizan en la calculadora para tener un verdadero control sobre la herramienta.

Se propone estimular en los alumnos el desarrollo de procedimientos propios de cálculo, articulados en particular para el cálculo que se está tratando en función de los números y de las operaciones en juego. Por ejemplo: $256 + 98 =$ puede ser pensado como $256 + 100 - 2$.

Se entiende como cálculo mental al conjunto de procedimientos que, en función de los datos a tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido para producir resultados exactos o aproximados.

El cálculo mental se apoya en el hecho de que existen diferentes maneras de calcular y que se puede elegir la que mejor se adapta a una determinada situación. Así, cada situación de cálculo constituye un problema abierto que puede ser solucionado de forma diferente, invirtiéndose en ello los conocimientos disponibles sobre los números y sobre las operaciones.

Las actividades de cálculo mental proponen el cálculo como objeto de reflexión, favoreciendo la aparición y tratamiento de relaciones y propiedades, que en el primer ciclo serán principalmente utilizadas y más tarde serán reconocidas y formuladas.

El cálculo mental también puede ser considerado como una vía de acceso para la comprensión de las técnicas operatorias, de los algoritmos. En el cálculo mental la reflexión se centra en el significado de los cálculos intermediarios y esto facilita la comprensión de las reglas de las técnicas.

Como se plantea en la síntesis explicativa del bloque 2 de los C.B.C.:

“Antes del trabajo con los algoritmos convencionales, cuya comprensión total requiere la de las leyes del sistema de numeración (en especial la de valor relativo) y de las propiedades del conjunto numérico con que se opere, es conveniente una actividad sistemática con cálculos mentales y escritos, descomponiendo y componiendo los números como totalidades (en lugar de trabajar con las decenas, centenas etc.) y asociándolos de acuerdo a cálculos y operaciones más simples que la alumna y el alumno hayan memorizado comprensivamente y puedan controlar.”

Así, alumnos de segundo grado, antes de aprender el algoritmo de la suma,[§] pueden resolver $34 + 27$ de distintos modos, por ejemplo:

$$\begin{array}{ll} 34 + 27 = & 34 + 27 = \\ 30 + 4 + 20 + 7 = & 34 + 20 + 7 = \\ 50 + 11 = 61 & 54 + 7 = 61 \end{array}$$

Para que esto sea posible se deben paralelamente proponer actividades tendientes a que los alumnos dispongan en memoria de un conjunto de resultados (en este caso suma de dígitos y suma de decenas enteras), porque sólo en ese caso los alumnos podrán elaborar diversos procedimientos, realizar estimaciones y, cuando aprendan el algoritmo, tener algún control sobre el mismo.

En este sentido, el cálculo mental, que puede ser una vía de acceso al algoritmo, es a su vez su herramienta de control. Y para que esto sea posible, cierto nivel de cálculo tiene que alcanzar el carácter de automático.

Lo que en un momento es un desafío, una situación frente a la cual los niños trabajan, proponen respuestas, explicitan procedimientos (por ejemplo en primer grado $8 + 4 =$), más tarde deberá formar parte de lo que los niños tienen disponible, ya que, de no ser así, quedan comprometidos otros aprendizajes.

Las habilidades en el terreno del cálculo dependen de consistentes puntos de apoyo.

Al observar cálculos y resultados, los alumnos comienzan a darse cuenta de algunas regularidades. Por ejemplo, que en la adición, al sumar 1 a un número natural se obtiene su sucesor, o que en la tabla de multiplicación por 5 los números siempre terminan en 0 o en 5, etcétera.

Hay que enseñar a los alumnos a apoyarse en los resultados conocidos para encontrar los no memorizados. Por ejemplo, si se sabe $6 \times 6 = 36$ pensar 7×6 como $6 \times 6 + 6 = 36 + 6 = 42$.

[§] Durante primer grado y primera parte de segundo grado se trabaja el cálculo horizontal.

O por ejemplo 9×7 puede ser pensado como $10 \times 7 - 7 = 70 - 7 = 63$.

La idea de que multiplicar por 2 es lo mismo que buscar el doble puede extenderse para multiplicar por 4 o por 8. Así 7×8 puede ser pensado como el doble de 7×4 . O incluso llegar a establecer que multiplicar por 8 es hacer 3 veces el doble.

Para que los alumnos adquieran estos conocimientos, habilidades y actitudes se deben organizar clases, secuencias de clases, en las que se busca: identificar las estrategias personales que utilizan los alumnos, favorecer que desarrollen la capacidad de explicitar sus procedimientos y de interpretar las comunicaciones de los demás, asegurar la difusión de las "buenas ideas", proponer actividades que permitan poner en juego y afianzar ciertos recursos así como reutilizarlos en situaciones nuevas.

NÚMERO Y CÁLCULO

Distribución de contenidos por grado

1º grado	2º grado	3º grado
<p>NÚMEROS NATURALES</p> <ul style="list-style-type: none"> -Reconocimiento del uso de los números en contextos de la vida diaria (contar, ordenar, identificar). -Resolución de problemas en situaciones correspondientes a distintas funciones del número: agregar, quitar, separar, repartir, juntar, comparar, ordenar, duplicar. -Utilización de distintos recursos para resolver problemas que involucren cantidades (materiales, dibujos, números). -Comparación de colecciones desde el punto de vista numérico utilizando distintas estrategias: correspondencia, estimación, conteo. -Determinación y escritura numérica con cifras, de la cantidad de elementos de una colección (conteo). -Comparación de posiciones de los elementos en una serie. (Ej. primero, segundo, último, ...etc.) -Organización de una colección (de objetos o representaciones) para facilitar su conteo (Ej. organización en fila, marcado de cada objeto, desplazamiento de los ya contados,...). - Recitado ascendente de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5 y 10 en 10 a partir de un número dado. -Recitado en forma descendente. 	<p>NÚMEROS NATURALES</p> <ul style="list-style-type: none"> -Utilización de los números en situaciones de la vida diaria (medir, calcular precios y vueltos). → → -Organización en subcolecciones (agrupamientos, configuraciones) para facilitar el conteo y la comparación de grandes colecciones. -Enumeración de los elementos de una colección. -Escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, 20 en 20, 50 en 50...). 	<p>NÚMEROS NATURALES</p> <ul style="list-style-type: none"> -Utilización de los números en situaciones de la vida diaria (medir con distintas unidades, calcular duraciones, leer la hora,...). -Conocimiento del sistema monetario en uso (billetes, monedas, cambios). → -Consideración de los elementos de una colección como dispuesta en una organización rectangular para facilitar la comparación entre colecciones o la determinación de su cardinal. (Ej. Filas de un teatro,...) -Escalas ascendentes y descendentes de 100 en 100, 1000 en 1000, ... a partir de cualquier número dado.

1º grado	2º grado	3º grado
<p>-Comparación de números desde el punto de vista cardinal y ordinal.</p> <p>-Lectura y escritura de números de 1 o 2 cifras.</p> <p>-Determinación y uso de relaciones entre los números (estar entre, uno más que, antes que,...).</p> <p>-Identificación de regularidades en la serie numérica para nombrar, leer, escribir y comparar números.</p> <p>-Descomposiciones aditivas de números mayores que 10, como suma de múltiplos de 10 más un dígito (Ej. $23=20+3$).</p>	<p>-Comparación de números y utilización de signos $>$, $<$, $=$.</p> <p>-Lectura y escritura de números de 3 cifras.</p> <p>-Inicio del análisis del valor posicional en contextos significativos (Ej. manejo de dinero, cambios,...)</p> <p>-Determinación y uso de relaciones aritméticas entre los números (mitad de, doble de, 10 más que,...).</p> <p>→</p>	<p>-Ubicación y lectura de números en la recta numérica.</p> <p>-Lectura y escritura de números de 4 cifras.</p> <p>-Interpretación y utilización de la información contenida en la escritura decimal para resolver problemas. (Ej. ¿Cuántas bolsas de 10 caramelos puedo llenar con 245 caramelos?)</p> <p>-Utilización de la comprensión del valor posicional para desarrollar métodos de cálculo, redondeo, aproximación y encuadramiento. (Ej.: 234 está encuadrado por 200 y 300; agregar un 0 para multiplicar por 10.)</p> <p>→</p> <p>→</p>

1º grado	2º grado	3º grado
<p>OPERACIONES</p> <p>-Resolución de problemas de adición y sustracción en situaciones correspondientes a distintos significados: juntar, separar, agregar, quitar, avanzar, retroceder.</p> <p>-Expresión simbólica de las acciones realizadas (uso de los signos +, -, =).</p> <p>-Escrituras aditivas equivalentes de números (Ej. $38=10+10+10+8$; $17=8+7$,...)</p>	<p>OPERACIONES</p> <p>→</p> <p>-Resolución de problemas de sustracción en situaciones correspondientes a otros significados: complemento, diferencia.</p> <p>→</p> <p>(Ej. $583= 100+100+100+100+100 + 50 +30+3$; $279=200+60+19$)</p> <p>-Resolución de problemas de multiplicación en situaciones correspondientes a diversos significados (suma reiterada, organización rectangular).</p> <p>-Expresión simbólica de las acciones realizadas (uso del signo x, =).</p> <p>-Relaciones entre la suma y la multiplicación, a nivel de significados y de cálculo</p> <p>-Resolución de problemas de reparto y de partición.</p> <p>-Expresión simbólica de las acciones realizadas (uso del signo :, =).</p>	<p>OPERACIONES</p> <p>→</p> <p>→</p> <p>-Descomposiciones multiplicativas de números como producto de 2 o más números. (Ej. $6=2x3$; $20=2x10$;...)</p> <p>-Resolución de problemas de multiplicación mediante distintos procedimientos: suma reiterada, descomposición en productos de números de 1 cifra y posteriormente el algoritmo en el caso de multiplicación por 1 cifra.</p> <p>→</p> <p>-Resolución de problemas de división mediante distintos procedimientos: restas o sumas reiteradas, búsqueda del factor y posteriormente utilización del algoritmo en el caso de la división por 1 cifra.</p>

1º grado	2º grado	3º grado
<p style="text-align: center;">CÁLCULO EXACTO Y APROXIMADO</p> <p>-Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y sustracción: suma de dobles, complementos a 10, restas de la forma 10 menos un dígito.</p> <p>-Utilización de los resultados numéricos conocidos y de las propiedades de las operaciones (conmutativa) para encontrar los no memorizados (Ej. para resolver $4+5$ apoyarse en el conocimiento de $4+4$ y sumarle 1; $14+8=14+6+2$; $15-7=15-5-2$).</p>	<p style="text-align: center;">CÁLCULO EXACTO Y APROXIMADO</p> <p>(Sumas de decenas, complementos a 100, sumas y restas de múltiplos de 5)</p> <p>-Cálculo mental y escrito de la suma y resta de bidígitos apoyándose en la descomposición aditiva (Ej. $28+15=20+8+10+5=30+13=43$).</p> <p>-Dominio progresivo de los algoritmos de cálculo de adición y sustracción de números de 2 o 3 cifras.</p>	<p style="text-align: center;">CÁLCULO EXACTO Y APROXIMADO</p> <p>(Restas de la forma: $a-b=1$, $a-b=10$, $a-b=100$, dobles y mitades.</p> <p>→</p> <p>-Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de productos básicos memorizados: productos por 2, por 5 y productos dobles (4×4, 5×5,...).</p> <p>-Cálculo mental y escrito de multiplicaciones y divisiones apoyándose en resultados conocidos, en propiedades del sistema de numeración o de las operaciones (Ej. para calcular 15×8 multiplicar primero por 2 y luego por 4; para calcular 15×20 calcular primero 15×2 y luego agregar un cero, para dividir por 4, dividir 2 veces por 2).</p> <p>-Dominio progresivo de los algoritmos de cálculo multiplicación y división por una cifra.</p> <p style="text-align: center;">Fracciones</p> <p>-Resolución de problemas en los que intervengan longitudes, distancias, pesos y capacidades expresadas en metros, litros, kilos y, medios, cuartos y octavos de esas unidades.</p> <p>- Lectura y escritura de las fracciones más usuales ($1/4$, $1/2$, $3/4$, $1+1/2$).</p> <p>- Determinación de fracciones complementarias a la unidad (Ej. $3/4 + 1/4 = 1$; $5/8 + 3/8 = 1$).</p> <p>- Encuadramiento de fracciones por enteros ($7/4$ está comprendida entre 1 y 2).</p>

4.3. Espacio, formas y medida

En este eje se plantea el estudio del espacio y de los objetos, sus movimientos y las relaciones que en él se dan. El objetivo de la enseñanza del espacio, de las formas y de las medidas es ayudar a los alumnos a dominar sus relaciones con el espacio, a representarse y describir en forma ordenada el mundo en que vivimos. El estudio de los objetos y sus atributos, requerirán en muchas situaciones el uso de la medida como herramienta indispensable para la elaboración de ciertas relaciones que permitirán a los alumnos interpretar más cabalmente tanto los movimientos como las posibles representaciones en el plano y el espacio.

Asimismo, desarrollar la capacidad para tratar y resolver situaciones sobre magnitudes es un objetivo importante de la enseñanza de la matemática. El acto de medir es una forma de explorar la realidad y ayuda a los alumnos a ver la utilidad de la matemática en la vida cotidiana.

La intención es que los alumnos puedan construir el significado de los contenidos espaciales, geométricos y vinculados a la medición a través de su utilidad para resolver problemas.

Se distinguen tres aspectos en este eje:

- Orientación y localización en el espacio
- Formas: figuras y cuerpos geométricos
- Medida

Orientación y localización en el espacio

Existe un conjunto de conocimientos necesarios para el dominio de las relaciones espaciales que pocas veces ha sido considerado como importante en la escuela primaria: aquellos que son puestos en juego ante problemas vinculados al espacio sensible, es decir a la orientación, a la ubicación de un objeto en el espacio, a los desplazamientos y la comunicación de las posiciones y desplazamientos.

En general estos conocimientos son trabajados solamente en el Nivel Inicial o en primer grado y muchas veces hasta dejados fuera de la enseñanza sistemática. Numerosas investigaciones muestran que la adquisición de dichos conocimientos se inicia en situaciones cotidianas de interacción con el espacio físico; pero que a pesar de este origen, los conocimientos que los niños y adultos poseen en este sentido a partir de dichos aprendizajes asistemáticos, no les permiten resolver con éxito gran cantidad de situaciones referidas a la ubicación en el espacio.

Se ha subestimado la dificultad de adquisición de los conocimientos espaciales, como así también las importantes relaciones que existen entre estos conocimientos y los estrictamente geométricos. Considerarlos parte de lo que la escuela debe enseñar, implica asumir las dificultades de su adquisición. Se trata de generar en la escuela situaciones que permitan poner en juego dichos conocimientos y permitan a los alumnos sistematizar sus adquisiciones iniciales.

En este campo de problemas, cuando se trata de dominar un espacio mayor que el que se abarca visual o manualmente, las representaciones juegan un rol fundamental.

El dominio del espacio implica la posibilidad de describir, comunicar e interpretar tanto la ubicación de un objeto o de una persona, como así también posibles desplazamientos. Para representar estos desplazamientos se pueden utilizar diagramas, dibujos, gráficos, instrucciones verbales, etcétera.

Las representaciones del espacio han de ser objeto de estudio desde distintos aspectos:

- su adecuación al problema para el cual son producidas o utilizadas, lo que requerirá la selección de la información que debe contener para resolver el problema que se plantee;
- la legibilidad, es decir la posibilidad de interpretación de los medios y códigos utilizados;
- las relaciones entre el espacio representado y su representación, por ejemplo, qué elementos se conservan, cuáles no, cómo se han representado;
- las variaciones de las representaciones según los puntos de vista del observador.

El lenguaje y las representaciones espaciales permiten comunicar informaciones que salvan la imposibilidad, en numerosas situaciones, de efectuar una percepción directa.

El dominio de un cierto lenguaje, de un vocabulario que permita comunicar posiciones, describir e identificar objetos, indicar oralmente ciertos movimientos, resulta sustantivo para el manejo de las relaciones con el espacio. Se trata de que la adquisición de dicho vocabulario se produzca a raíz de su utilidad para resolver situaciones. Es en el marco de problemas en los que hay que describir, comunicar o representar posiciones y desplazamientos que los alumnos tendrán la posibilidad de ir adquiriendo un vocabulario cada vez más preciso que les permita ser menos ambiguos en sus expresiones.

Formas: figuras y cuerpos geométricos

El estudio en el primer ciclo de las figuras y de los cuerpos geométricos permite iniciar a los alumnos en la modelización de los objetos en el espacio. El estudio de las formas permitirá a los alumnos hacer evolucionar sus conocimientos geométricos intuitivos y globalizadores e iniciarlos en el análisis de las propiedades de las formas, sus relaciones, y sus elementos.

Son variadas las actividades que involucran el trabajo con las figuras geométricas:

- Por un lado, es importante trabajar con los alumnos en la identificación de las formas más conocidas y utilizadas (cuadrados, rectángulos, triángulos, círculos).
- Por otra parte, es importante la clasificación de las figuras en torno a sus propiedades y elementos para pasar posteriormente al análisis de las relaciones al interior de las propias figuras.
- El trabajo con figuras geométricas también involucra el desarrollo de capacidades tendientes a poder construirlas, a reproducirlas. Para que esto sea posible los alumnos podrán utilizar diversos recursos y harán progresivas conceptualizaciones en torno de las características y propiedades de cada una de ellas.

El trabajo en torno a los cuerpos geométricos involucra la reproducción, armado y descripción de los cuerpos más conocidos. Al igual que con las figuras geométricas, para poder describirlos, armarlos, reproducirlos con modelos presentes y ausentes se necesita de un análisis de las propiedades. El análisis de las características de los cuerpos a su vez se irá profundizando en dichas actividades.

También se podrá desarrollar un trabajo en torno a las relaciones entre los cuerpos y las figuras construyendo cuerpos a partir de diferentes figuras, determinando qué diferentes "huellas" o sombras produce cada cuerpo, etcétera.

El trabajo con figuras y cuerpos también implica introducir a los alumnos en un vocabulario específico, no sólo de los nombres de cuerpos y de figuras, sino también de los elementos que las componen. La incorporación progresiva de este vocabulario específico deberá aparecer como una necesidad de formulación ante un problema planteado. Por ejemplo al enviar un mensaje escrito a otro compañero para describir una forma geométrica, para describir oralmente un cuerpo geométrico, al contestar preguntas acerca de las propiedades de una figura en un juego de adivinación, etc. El estudio de las figuras, de los cuerpos y de las relaciones entre ambos en el primer ciclo permite iniciar a los alumnos en el campo de los problemas geométricos.

El estudio de la medida

Los atributos medibles son variados (longitud, capacidad, peso, superficie, ángulos, etc.) y presentan a los niños diferentes dificultades para su aprendizaje.

El progreso en el estudio de las magnitudes no debe entenderse solo en sentido sucesivo. Tradicionalmente se enseñaba a partir de una secuencia que comenzaba por la longitud, continuaba con la capacidad, el peso, la superficie, el volumen, etc. Si bien esta graduación está basada en los distintos grados de dificultad que presentan dichas magnitudes, es posible abordarlas simultáneamente, desde distintos puntos de vista, sin esperar la construcción acabada de una de ellas para abocarse a otra. Un niño de segundo grado puede resolver diferentes situaciones que impliquen comparar longitudes o tamaños, como así también puede comparar diferentes pesos de envases, abordar la comprensión global del significado del gramo o el kilogramo sin resultar necesario el dominio de todas las medidas de longitud. Recién en el 2º ciclo comenzará a establecer equivalencias entre distintas unidades y en el 3º ciclo abordará las relaciones entre magnitudes. La secuenciación se debe pensar desde el tipo de problemas que los alumnos de cada ciclo están en condiciones de resolver.

Partiendo de la premisa de que la medida toma su significado en los problemas que permite resolver, las actividades deben iniciarse con el planteo de un problema o pregunta que exija a los alumnos poner en juego los conocimientos de que disponen, para luego poder ir descubriendo los errores, los desconocimientos, y las herramientas que serán necesarias para abordar la medida con los niveles de complejidad propios del primer ciclo.

Un ejemplo de un problema para primer grado podría ser: "Mañana vendrán a sacar este mueble del aula para llevarlo a la biblioteca. ¿Pueden averiguar si pasa por la puerta o no?". En este problema se pone el acento en la necesidad de medir. Se intenta brindarle a los

alumnos la posibilidad de reconocer en la medida una herramienta útil para resolverlo. Este aspecto hace a la enseñanza de la medida.

El acto de medir también involucra otros aspectos a tener en cuenta.

Por un lado, siempre que se aborda el tema de la medida, se realizan, de una forma u otra, comparaciones. Estas comparaciones pueden ser directas o indirectas. Por ejemplo: Para comparar la estatura de dos chicos, una posibilidad es pararlos uno al lado de otro y determinar quien es más alto. En este caso los alumnos pueden ser reunidos y realizar una comparación directa. Un ejemplo de comparación indirecta podría ser a partir de una competencia de salto en largo. Ante la pregunta ¿quién fue el que hizo el salto más largo de todo el grado?, los alumnos deberán recurrir a un intermediario (por ejemplo un hilo), y comparar de forma indirecta los saltos más largos de cada grupo ya que no es posible reunirlos.

Por otro lado, los problemas deben posibilitar a los alumnos discriminar el tipo de medida que se requiere: exacta o aproximada. Por ejemplo: “¿Pueden determinar si el mueble de la biblioteca entra en esa pared?”. Para resolver este problema basta con una aproximación. En cambio si se piensa un problema como el siguiente: “Se rompió el vidrio de la ventana, hay que comprar otro para reemplazarlo. ¿Qué habría que hacer para conseguir uno igual?”. En este caso, la resolución del problema requiere medidas exactas.

Otro aspecto a tener presente está vinculado a la unidad de medida. Elegir una unidad de medida significa hacer una comparación de medidas de diferentes objetos y seleccionar una más pequeña que el objeto a medir. Esta acción cobra significado ante cada nueva situación, pues, según el caso, variará dicha unidad como así también las relaciones entre los objetos.

Así pues, los problemas deberán posibilitar a los alumnos seleccionar unidades de medida no convencionales, en un principio, para poder realizar comparaciones o medir. El uso de unidades de medida no convencionales permite plantear la posibilidad de diferentes mediciones de un mismo objeto según la unidad seleccionada.

La evolución histórica de la medición llevó a la necesidad de establecer convenciones, lo que produjo la creación de unidades de medida reconocidas internacionalmente, conocimientos culturales que los alumnos deben dominar: la selección de una unidad de medida y el establecimiento de convenciones. En el primer ciclo nos referimos a las unidades de medida más usuales.

Otro aspecto vinculado a la noción de medida es la iteración de la unidad de medida seleccionada –sea convencional o no–. Para los alumnos no siempre es claro que todas las repeticiones de la unidad establecida son iguales, pues medir implica determinar cuantas unidades de medida entran en el objeto a ser medido. A veces los niños varían la posición del objeto-unidad de medida, en otros casos superponen dicha unidad, etcétera.

En las situaciones donde se determina la necesidad de conocer exactamente las medidas, aparece otro aspecto fundamental: ¿Cuál es la unidad de medida más adecuada?. Esto implica elegir un objeto (no convencional o convencional) que resulte el más conveniente para medir, tener en cuenta las relaciones entre las diferentes magnitudes para que sea

apropiada la selección, tener presente la forma de los objetos como así su tamaño -es bien difícil medir el largo del pizarrón con un botón. Para los niños pequeños usar una regla graduada no es tarea sencilla, por ejemplo suelen empezar a medir a partir de 1, además de las dificultades que les implica la partición de los números en fracciones más pequeñas. En el caso de recurrir a medidas convencionales, se deberá seleccionar la unidad de medida más conveniente según el objeto, los instrumentos que poseo, y la magnitud de que se trate.

Los problemas deberán posibilitar a los alumnos seleccionar la unidad de medida acorde a la situación: ¿Es necesario una regla graduada o me basta con un hilo?, ¿Busco un vaso graduado o un vaso común?, etc. Aprender a seleccionar instrumentos de medición adecuados a cada situación –usar instrumentos convencionales o no convencionales–, también implica abordar el concepto de medida. Medir no es solamente un aprendizaje instrumental o puramente técnico.

Es importante también tener presente que la medida y su tratamiento en el aula, implica la consideración de sus variadas vinculaciones:

Por un lado, la medición produce nuevos significados para los números, en tanto son representaciones de la iteración de la unidad de medida. Pero comparar, medir, determinar longitudes, cantidades, etc., son diferentes acciones que ponen en funcionamiento las primeras nociones de fracciones: necesito dos vasos y medio, Juan le lleva media cabeza a Carlos, etcétera.

La medida es un concepto que posibilita la entrada a las primeras nociones de fracciones, en el primer ciclo las fracciones usuales: $1/2$, $1/4$, $3/4$. Es un recurso muy interesante presentar problemas de medida cuya solución no sea números enteros, y exija a los alumnos buscar otras representaciones de “pedacitos” que son menores que 1, o están entre 3 y 4, etcétera.

Para desarrollar un trabajo en torno a la medida que considere todos los aspectos enunciados anteriormente, debemos pensar una forma de introducirlos en el aula.

Son numerosos los conocimientos que poseen los alumnos cuando entran a primer grado de la EGB. Saben que hay chicos más altos y más bajos, pueden comparar el tamaño de dos objetos, han escuchado hablar de algunas distancias, pueden determinar en que envase entra más líquido, y muchas cosas más.

A partir de estos conocimientos los alumnos están en condiciones de enfrentarse a diferentes problemas y ante ellos desplegar diversos procedimientos tendientes a encontrar las soluciones. En algunos casos habrá que determinar si hay que medir o no, en otros casos seleccionar la unidad de medida (convencional o no), en otros casos determinar si se requiere de una medida exacta o aproximada. La gama de problemas deberá ser lo suficientemente variada como para que permita poner en juego los diferentes problemas de la medición y les permita entrar en contacto con algunas unidades de medida convencionales de nuestro sistema.

ESPACIO, FORMAS Y MEDIDA
Distribución de contenidos por grado

1º grado	2º grado	3º grado
<p>Orientación y localización en el espacio</p> <ul style="list-style-type: none"> -Descripción e interpretación, tanto oral como gráfica, de la ubicación en el espacio de objetos y personas, utilizando relaciones tales como dentro de, delante de, arriba de, a la derecha de. -Comunicación y reproducción de trayectos considerando elementos del entorno como puntos de referencia. <p style="text-align: center;">Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> -Identificación de cuadrados, triángulos, rectángulos y círculos en objetos y dibujos. -Formación de figuras utilizando otras (Ej. Hexágono a partir de triángulos). -Elaboración y reproducción de guardas o frisos con objetos o representaciones gráficas 	<p>Orientación y localización en el espacio</p> <ul style="list-style-type: none"> - Elaboración e interpretación de representaciones gráficas para comunicar posiciones o trayectos en espacios reducidos (Ej., patio de la escuela). <p style="text-align: center;">Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> -Clasificación de figuras geométricas según distintos criterios (Ej. número de lados, lados curvos y rectos). → - Reproducción de figuras en papel cuadriculado -Dibujo de figuras usando regla. -Identificación de regularidades y simetría en el plano gráfico. 	<p>Orientación y localización en el espacio</p> <ul style="list-style-type: none"> -Interpretación y elaboración de códigos para describir la ubicación de objetos o para comunicar trayectos. -Representación en un plano de un territorio conocido (barrio, paraje,...). - Determinación de ubicaciones en una organización rectangular (Ej. Butacas de un cine, calendario,..). -Utilización de ángulos de giros o fracciones de giros ($1/2$ giro, $1/4$ giro) para describir recorridos. <p style="text-align: center;">Figuras geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> -Investigación de relaciones entre los lados de triángulos y de cuadriláteros: medida, paralelismo y perpendicularidad. - Comunicación e interpretación de características que permitan identificar o representar gráficamente una figura dada. -Dibujo y reproducción de figuras usando regla y escuadra. -Trazado de ejes de simetría.

1º grado	2º grado	3º grado
<p>Cuerpos geométricos</p> <p>-Reproducción de cuerpos (cubos, prismas, cilindros) con plastilina, papel, escarbadiantes, etc.</p> <p>-Armado de otros cuerpos usando cubos y cajas</p> <p>Medida</p> <p>-Comparación de longitudes, capacidades y pesos de objetos en forma directa o utilizando un intermediario (Ej. Pasos, varillas, tazas,...).</p> <p>-Conocimiento de los recursos de medición social del tiempo (día, semana, mes, año)</p>	<p>Cuerpos geométricos</p> <p>-Construcción de cuerpos (cubos, prismas, pirámides) a partir de figuras geométricas (Ej. cuadrados y rectángulos para un prisma).</p> <p>→</p> <p>Medida</p> <p>-Comparación y ordenamiento de longitudes, capacidades y pesos de objetos usando unidades de medida arbitrarias.</p> <p>-Elección de la unidad más adecuada a la magnitud a medir.</p> <p>-Medición de longitudes, capacidades y pesos utilizando unidades de medida arbitrarias</p> <p>-Utilización del calendario para ubicar acontecimientos (fiestas patrias, cumpleaños) e identificación de meses, semanas y días</p>	<p>Cuerpos geométricos</p> <p>-Descripción de cuerpos geométricos (cubo, prisma, esfera, cilindro, pirámide y cono) considerando forma, número de caras u otras características observables.</p> <p>-Investigación del número y forma de las caras de cuerpos (cubos, prismas, esferas, cilindros, pirámides y conos).</p> <p>-Representación de cuerpos geométricos desde diversos puntos de vista.</p> <p>Medida</p> <p>-Comparación y ordenamiento de longitudes, capacidades y pesos de objetos usando medidas convencionales.</p> <p>→</p> <p>-Medición de longitudes, capacidades y pesos de objetos usando unidades de medida usuales del sistema métrico: m., cm, g, kg., l y sus fracciones: medios, cuartos, etc.</p> <p>-Utilización de la regla para medir longitudes</p> <p>-Utilización de relojes y calendarios para ubicarse en el tiempo y determinar duraciones. Uso de unidades: h, m. $\frac{1}{2}$ h, $\frac{1}{4}$ h $\frac{3}{4}$ h</p>

5. Bibliografía

- Brousseau, Guy (1986). "*Fondements et methodes de la didactique des mathematiques*". Recherches en Didactique des Mathematiques, vol. 7, N 2, pp3 a115, .
- Brousseau, Guy (1993). "Los diferentes roles del maestro". En Parra, C. y Saiz, I. (comp.) *Didáctica de Matemáticas*. Ed. Paidós, Buenos Aires.
- Brousseau, Guy. "Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas?". Enseñanza de las Ciencias, vol. 8 n3, 1990 y vol. 9,n1, 1991.
- Castro, Adriana (1995). *Matemática en el Nivel Inicial. Documento de Trabajo*. Dirección de Curriculum, MCBA.
- Charnay, Roland (1990). "Aprender por medio de la resolución de problemas". En Parra, C. y Saiz, I. (comps.) *Didáctica de Matemáticas*. Editorial Paidós, Buenos Aires, 1994.
- Chevallard, Yves (1981). *Remarques sur la notion de contrat didactique*. IREM de Marseille.
- Douady, R "Rapport enseignement apprentissage: dialectique outil-objet, jeux de cadres". Cahier de didactique des mathematiques n 3 Irem de Paris.
- González, A. y Weinstein, E. "Algunas estrategias didácticas para abordar el número, sus funciones y usos en el nivel inicial". Matemática, Nivel inicial, módulo 1, D.F.D.C., M.C.B.A.
- Lerner, Delia (1992). *La matemática en la escuela*. Ed Aique, Bs. As.
- Parra, C y Saiz, I. (1992) *Los niños, los maestros y los números*. Dirección de Curriculum, MCBA., Buenos Aires.
- Parra, C y Saiz, Y.(1994) (comps.). *Didáctica de Matemáticas*. Editorial Paidós, Bs. As.
- Sadovsky, Patricia (1992). "*Fundamentación de Matemática*". Documento para el Nivel Medio. Provincia de la Pampa.
- Saiz, Irma (1994) "*Resolución de Problemas*". Documento elaborado para el programa CBC, M.C.E.
- Saiz, Irma; Camerano, Cristina y Barrionuevo, Clara (1994). "*La Resolución de Problemas en la Escuela Primaria*". Documento elaborado por el equipo de Matemática de la asesoría técnico pedagógica de Corrientes.
- Vergnaud, Gerard (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, el problema de las matemáticas en la escuela*, Ed Trillas, Méjico.
- Vergnaud, G y Ricco, Graciela: "*Didáctica y adquisición de conceptos matemáticos. Problemas y métodos*" Revista Argentina de Educación n°6, AGCE

Documentos curriculares consultados

- DISEÑO CURRICULAR PARA LA EDUCACIÓN PRIMARIA COMÚN (1986) Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires.
- DISEÑO CURRICULAR BASE. Educación Primaria.(1989) Ministerio de Educación y Ciencia de España.
- CURRICULUM AND EVALUATION STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS.(1989) National Council of Teachers of Mathematics, Estados Unidos.
- MATEMÁTICA. PROGRAMA (1990) Consejo Provincial de Educación, Corrientes.
- DISEÑO CURRICULAR NIVEL PRIMARIO Provincia de Río Negro.
- EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA Plan y programas de estudios.(1993) Secretaría de Educación Pública, México.
- CONTENIDOS BÁSICOS COMUNES PARA LA EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA.(1994) Ministerio de Educación.

PROPUESTAS DE ORGANIZACIÓN DE CONTENIDOS Y DE EXPECTATIVAS DE LOGRO PARA LOS CBC DE LA EGB (primer y segundo ciclo). Programa de Asistencia Técnica para la Transformación

Curricular , Ministerio de Cultura y Educación, Argentina, setiembre de 1995

MATEMÁTICA ENSINO FUNDAMENTAL, Parametros Curriculares Nacionais, Brasil, octubre 1995.

SECTOR DE APRENDIZAJE : MATEMÁTICA. Objetivos fundamentales y contenidos mínimos, Chile, octubre 1995.

MATHEMATICS IN THE NATIONAL CURRICULUM.(1995) Department for Education, Welsh Office, Inglaterra.

PROGRAMMES DE L' ECOLE PRIMAIRE,(1995) Ministere de l'education nationale, Direction des ecoles , Francia.

